

KONYA TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

TEKNİK BİLİMLER MESLEK YÜKSEK OKULU

İNŞAAT BÖLÜMÜ

MEKANİK STATİK

DERS NOTLARI

D. ALİ AÇIKEL

İNŞ. YÜK. MÜH.

ÖĞRETİM GÖREVLİSİ

2018

ÖNSÖZ

Yıllardır yürütme olduğum derslerden olan Mekanik Statik dersinin MYO seviyesinde anlatımı olan bu notlar MYO inşaat programı öğrencilerinin seviye ve bu bölümlerin müfredatlarına uygun olarak düzenlenmiştir.

Ders notlarının düzenlenebilmesinde öğrencilerimin ders sırasında tutmuş oldukları notların önemi büyüktür.

Bu notların hazırlanmasında Konya Teknik Üniversitesi Teknik Bilimler MYO İnşaat Programı öğrencilerinden, **Muhammet Mustafa ERDOĞDU'** nun notlarından faydalanılmıştır. Bu vesile ile kendisine teşekkür ederim.

Temel amacım tüm MYO inşaat programı öğrencilerine faydalı olabilmektir.

İlgili öğrencilere faydalı olacağını umuyorum ve tüm öğrencilerime başarılar diliyorum.

SAYGILARIMLA

D.Ali AÇIKEL

İnşaat Yüksek Mühendisi

Konya Teknik Ün.

Teknik Bilimler MYO

Öğr. Görv.

Konya-2018

1-MEKANİĞİN KONUSU VE SINIFLANDIRILMASI

1-1-MEKANİK

Kuvvetlerin cisimler üzerindeki etkisini konu alan, bir başka deyişle kuvvetlerin etkisi altında kalan cisimlerin denge ve hareket koşullarını inceleyen bir bilimdir. Mekaniğe konu olan olaylarda cisimler geometrik ve fiziksel yapılarını değiştirmezler. Ancak uzaydaki konumunu ve hareket durumunu kuvvet etkisiyle değiştirebilirler.

Mekaniğin fizik, matematik ve diğer mühendislik konularıyla yakın ilişkisi vardır. Fiziksel olayların ve nedenlerinin belli kurallara bağlanması sonuçlarının deneylerle doğrulanarak mühendislik problemlerine uygulanması amaçlanır. Geniř bir ilgi alanı olan mekanik olayların niteliği gözetilerek değişik görüşlere göre sınıflandırılabilir.

MEKANİK			
CİSİMLERİN BULUNDUKLARI YERE GÖRE	CİSİMLERİN DOĞAL ÖZELLİKLERİNE GÖRE	TEORİK UYGULAMAYA VE GÖRE	MATEMATİK DİSİPLİNE GÖRE
1-GÖK MEKANİĞİ	1-KATI CİSİMLER MEKANİĞİ	1-TEORİK MEKANİK	1-ELEMENTER MEKANİK
2-TEKNİK MEKANİK	2-DOĞAL KATI CİSİMLER MEKANİĞİ	2-UYGULAMALI MEKANİK	2-ANALİTİK MEKANİK
	3-AKIŐKANLAR MEKANİĞİ		3-VEKTÖRİYEL MEKANİK

Öte yandan değişik görüşlere göre sınıflandırılan mekanik;

- 1- Statik
- 2- Dinamik

Olmak üzere iki alt bölüme de ayrılabilir.

Dinamik; Kendi içinde kinematik ve kinetik olarak iki alt bölüme ayrılır.

Dinamikte cisimlerin hareketi incelenir, kinematikte hareket olayı cismin geometrisiyle, kinetikte ise hareketin etkeni olan kuvvetlerle birlikte ele alınır.

Hareket, bir cismin bulunduęu maddesel noktaların koordinat sistemine göre yer deęiřtirmesidir. Yer deęiřtirme yoksa denge durumu söz konusudur.

Statik; Zamana bağlı olmadan denge durumunu ve denge için kuvvetlerin sağlaması gereken koşulları belirler.

1-2-MEKANİĞİN TEMEL KAVRAM VE İLKELERİ

1-2-1-TEMEL KAVRAMLAR

Mekaniğin 4 temel kavramı vardır.

- 1- **Uzay**; Olayın gerçekleştiği her yöne genişleyen sonsuz büyüklüktür. Uzayda bir nokta x,y,z koordinatlarıyla belirlenir.
- 2- **Zaman**; olayların sıralanması ve sürelerinin belirtilmesiyle ilgili bir ölçüdür. Ortalama güneş gününün $1/86400$ ü saniye olarak kabul edilmiştir.
- 3- **Kütle**; kuvvetin ivmeye bölünmesiyle elde edilir. ($m=F/a$)
- 4- **Ağırlık**; Bir cismin üzerindeki yerçekimidir. ($G=m \times g$)

KUVVET

Cisimleri buldukları durumdan ayırmaya çalışan etkendir.

Kuvvetin etkileri şunlardır:

- a- Duran bir cismi harekete geçirir.
- b- Hareket halindeki bir cismin hareketini değiştirir.
- c- Etkilediği cismin boyutlarını değiştirir.

Kütle kuvveti; eğer kuvvet cismin yüzeyine etki ediyorsa yüzeysel kuvvet cismin tümüne hacimsel olarak dağılmışsa buna kütle kuvveti denir. Cismin karşılıklı etkilendikleri bağ kuvvetleri yüzeysel kuvvetlere örnek olarak verilebilir. Ayrıca elektrik ve manyetik kuvvetlerde kütle kuvvetine örnek olarak verilebilir.

Kuvvetin tam olarak belirtilebilmesi için şu 4 unsurun bilinmesi gerekir:

- a- Uygulama noktası
- b- Etkime doğrultusu
- c- Yönü
- d- Şiddeti

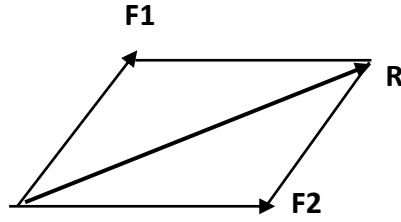
Bu nedenle, kuvveti bir vektörle göstermek olanaklıdır. **Geometrik olarak vektör, bir d doğrusu üzerinde A uygulama noktasından B bitim noktasına kadar uzanan yönlenmiş bir doğru parçasıdır şeklinde tanımlanır.** Ancak kuvvet kavramına geometrik bir yaklaşım yapılmısa da tüm vektöriyel hesap kurallarının uygulandığı hatırd tutulmalıdır.

1-2-2-TEMEL İLKELER

Elementer mekaniğin dengeye dayanan 6 temel ilkesi vardır.

1- Kuvvetler paralelkenarı ilkesi

Bir katı cismin aynı noktasına aynı anda etkiyen kuvvetler sistemi yerine o noktada etkiyen ve sistemi oluşturan kuvvetlerin toplamına eşit tek bir kuvvetle ifade edilebilir. Bu genel kuralın iki kuvvet için tanımı kuvvetler paralelkenarı kuralıdır. Grafik olarak bu tek kuvvet **doğrultu, yön ve şiddetçe** ilk iki kuvvetin üzerine çizilen paralelkenarın köşegenidir.

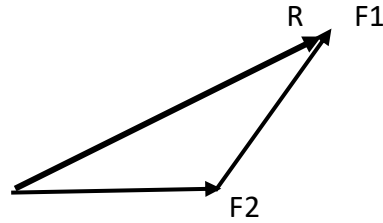


F: Kuvvet R: Bileşke

Şekil 1- Kuvvetler Paralelkenarı

Kuvvetler üçgeni;

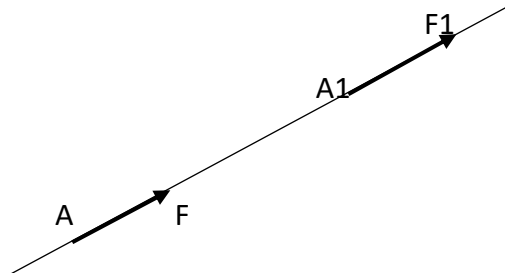
Kenarı bileşenlerin doğrultu, yön ve şiddetleri gözetilerek sıralanmış bir kuvvetler üçgeninde de iki kuvvetin başlangıç ve bitiş noktalarını birleştiren 3. Kenar doğrultu yön ve şiddeti belirlenmiş bileşkedir.



Şekil 2- Kuvvetler üçgeni

2- Kaydırma İlkesi

Bir katı cismin bir noktasına etkiyen bir kuvvetin kendi etkiye doğrusu üzerinde kaydırılarak bir başka noktaya uygulanması sonucunda katı cismin denge ve hareket durumunda bir değişiklik olmaz.



3- Newton 1. Kanun

Bir cismin üzerine etkiyen kuvvetlerin bileşkesi 0 ise cismin denge ve hareket durumunda bir değişiklik olmaz.

4- Newton 2. Kanun

Bir cismin üzerine etkiyen kuvvetlerin bileşkesi 0 değilse cismin bileşke kuvvet doğrultusunda bileşke kuvvetin şiddetiyle doğru orantılı, kütle ile ters orantılı bir ivme kazandığı görülür.

5- Newton 3. Kanun

Herhangi bir etkiye karşı daima bir tepki vardır. Birbirine değen cisimler arasındaki etki ve tepki kuvvetleri aynı etkiye doğrusu üzerinde eşit şiddetli fakat zıt yönlüdür.

6- Newton 4. Kanun

“Evrensel Çekim Kanunu” Evrendeki bütün maddesel noktalar birbirlerini kütlelerinin çarpımı ile doğru orantılı, aralarındaki uzaklığın karesi ile ters orantılı bir kuvvetle çekerler.

Birimler;

Mekanikğin konusu olan olaylarla ilgili problem çözümlerinde sayısal bağıntılar olacağı için temel büyüklüklerin belirtilmesi ve bunların ölçülmesi için de temel birimlerin tanımlanması gereklidir. En çok karşımıza çıkacak olan birimler;

Zaman	sn
Uzaklık	m
Ağırlık	kğ

2-STATİĞİN KONUSU VE TEMEL İLKELERİ

Katı cisimler statikinde zamana bağlı olmadan kuvvetlerin etkisi altında bulunan cisimlerin dengesi incelenir. Denge için kuvvetlerin sağlaması gereken koşullar araştırılır. Bu inceleme ve araştırma sırasında statik eşdeğerlik kavramına dayanılarak çok sayıda kuvvetin toplanması, bileşkesinin bulunması ya da tek bir kuvvetin özel koşulları sağlayacak şekilde birden çok bileşene ayrılması gerekebilir.

Statik çevrimlerde analitik veya grafik yöntem izlenir. Analitik yöntemde kuvvetlerin koordinatlarından yararlanılırken, grafik yöntemde geometrik kurallardan yararlanır. Denge koşullarının araştırılmasında cisme etki eden kuvvetlerin tam olarak bilinmesi açısından serbest çizim diyagramları hazırlanır.

Statikğin temel ilkeleri mekanikğin temel kavram ve ilkeleriyle uyumlu olarak aşağıda verilmiştir.

2-1-Statığın Temel İlkeleri

- 1- Atalet İlkesi
- 2- Kuvvetler Paralelkenarı İlkesi
- 3- Denge İlkesi
- 4- Süperpozisyon İlkesi
- 5- Etki ve Tepki İlkesi

3-KUVVETLER SİSTEMİ VE DENGE

Bir cismin üzerine etkiyen bütün kuvvetlerin oluşturduğu sisteme kuvvetler sistemi denir. Kuvvetlerin etkime doğrultularının aynı düzlemde bulunmaları ya da bulunmamlarına göre;

- a- Düzlemde Kuvvetler Sistemi
- b- Uzayda Kuvvetler Sistemi

Olmak üzere 2 gruba ayrılır.

Ayrıca etkime doğrularının bir noktada kesişmesi, paralel olmaları ya da genel halde bulunmalarına göre;

- a- Kesişen Kuvvetler Sistemi
- b- Paralel Kuvvetler Sistemi
- c- Genel Kuvvetler Sistemi

Olmak üzere 3 gruba ayrılır.

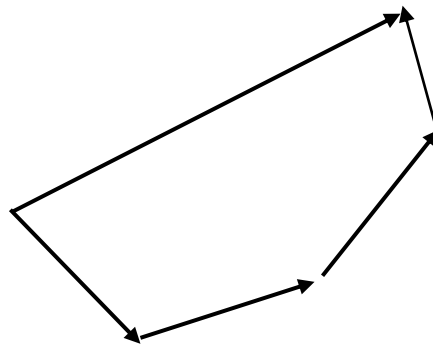
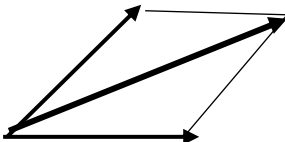
3-1-DÜZLEMDE KUVVETLER SİSTEMİ

3-1-1- Kesişen Kuvvetler Sistemi

3-1-1-1- Kuvvetlerin Toplanması

Kesişen kuvvetler sistemi eşdeğer tek bir kuvvete indirgenebilir. Bu tek kuvvete bileşke adı verilir. Bileşkenin bulunabilmesi için **Analitik** veya **Grafik** yöntem kullanılabilir.

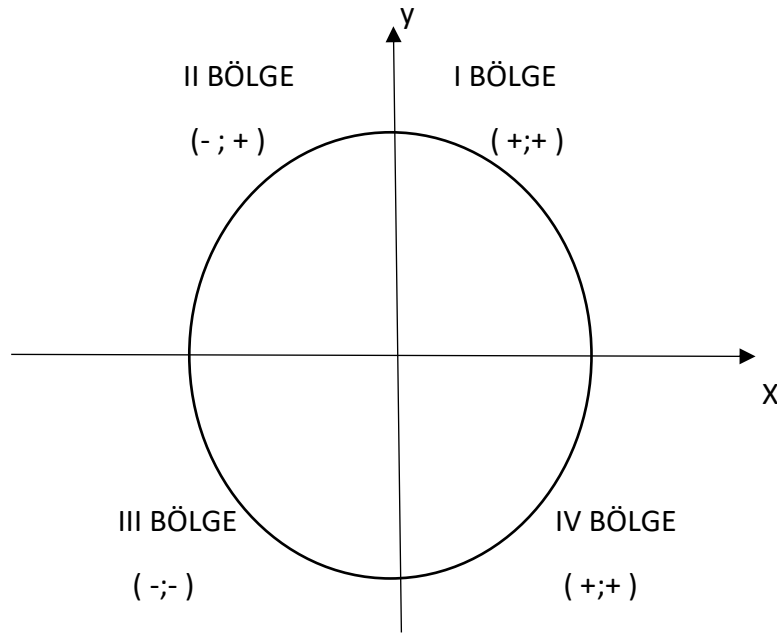
Grafik yöntem; bu yöntemde bir noktada kesişen iki kuvvetin bileşkesi kuvvetler paralelkenarı ilkesi veya kuvvetler üçgeni ilkesi yoluyla bulunur. İki'den çok kuvvetin toplanmasında kuvvetler paralelkenarı ilkesinin ardışık uygulamaları yapılır, ya da kuvvetler çokgeni çizilir.



Analitik Yöntem; bu yöntemde kesişen kuvvetlerin analitik olarak toplanmasında, iz düşüm yöntemi uygulanır.

İlk olarak kuvvetlerin kesişme noktası başlangıç alınarak dikgen koordinat sisteminde kuvvetlerin eksenler üzerindeki izdüşümlerinin cebrik (yönleriyle birlikte toplama) toplamları hesaplanır. Bu toplam bileşkenin aynı eksenler üzerindeki izdüşümüne eşit olduğundan Pisagor bağıntısıyla bileşkenin şiddeti, bileşkenin düşey ve yatay izdüşümünün birbirine oranıyla trigonometrik çemberdeki yönü, izdüşümlerin işaretleriyle trigonometrik çemberdeki bölgesi bulunur.

Not: Bu notlardaki problem çözümlerinde sadece “Analitik Yöntem” anlatılacaktır.



Şekil 3- Trigonometrik Çember

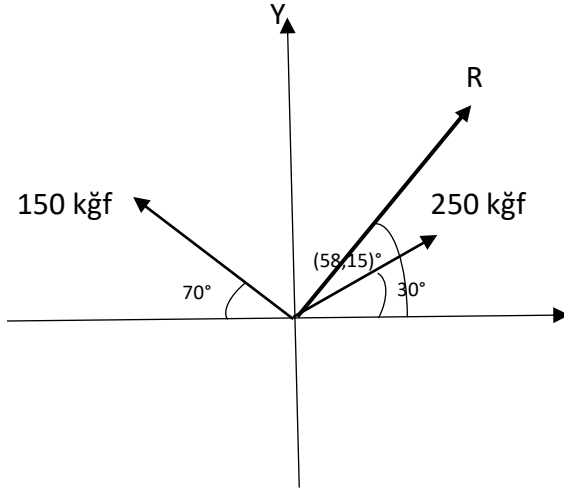
$$X_r = \sum X_i$$

$$Y_r = \sum Y_i$$

$$\tan \alpha = Y_r / X_r$$

$$R = \sqrt{X_r^2 + Y_r^2}$$

ÖRNEK 1- Aşağıdaki şekli bulunan kesişen kuvvetler sisteminde, bileşkenin şiddetini, yönünü ve yerini hesaplayınız?



ÇÖZÜM:

$$X_r = +250 \times \cos 30 - 150 \times \cos 70 = 216,50 - 51,30 = 165,2 \text{ kgf}$$

$$Y_r = +250 \times \sin 30 + 150 \times \sin 70 = 125 + 140,95 = 265,95$$

$$\tan \alpha = Y_r / X_r$$

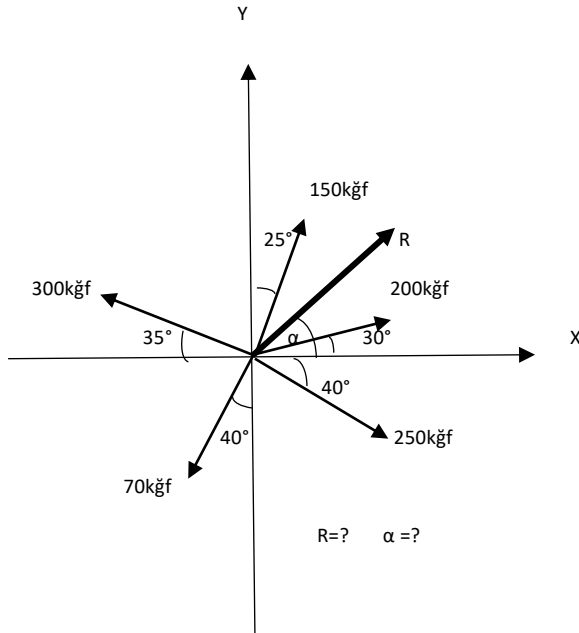
$$\tan \alpha = 265,95 / 165,2 = 1,60$$

$$\alpha = (58,15)^\circ$$

$$R = \sqrt{(165,2)^2 + (265,95)^2}$$

$$R = 313,08 \text{ kgf}$$

ÖRNEK 2-



ÇÖZÜM:

$$X_r = 200 \times \cos 30 + 150 \times \cos 65 + 250 \times \cos 40 - 300 \times \cos 35 - 70 \times \cos 50$$

$$X_r = 173,20 + 63,39 + 191,51 - 245,74 - 44,99 = \mathbf{137,37 \text{ kğf}}$$

$$Y_r = 200 \times \sin 30 + 150 \times \sin 65 + 300 \times \sin 35 - 250 \times \sin 40 - 70 \times \sin 50$$

$$Y_r = 100 + 135,94 + 172,07 - 160,69 - 53,62 = \mathbf{193,70 \text{ kğf}}$$

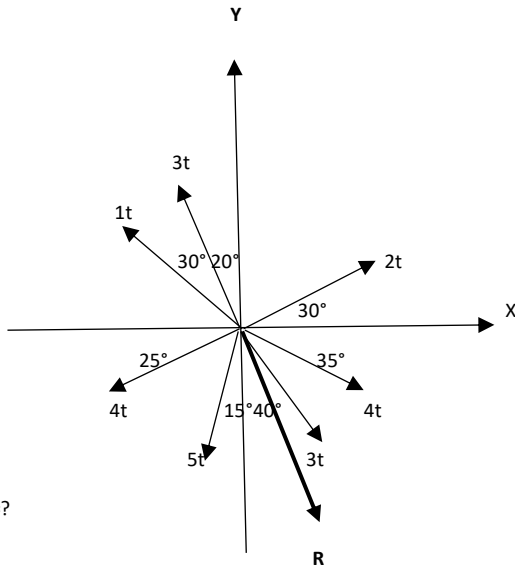
$$\tan \alpha = 193,70 / 137,37 = 1,41$$

$$\alpha = \mathbf{(54,65)^\circ}$$

$$R = \sqrt{(137,37)^2 + (193,70)^2}$$

$$R = \mathbf{237,46 \text{ kğf}}$$

ÖRNEK:3



R=? α =?

ÇÖZÜM:

$$X_r = 2 \times \cos 30 + 4 \times \cos 35 + 3 \times \cos 50 - 3 \times \cos 70 - 1 \times \cos 40 - 4 \times \cos 25 - 5 \times \cos 75 =$$

$$X_r = 1,73 + 3,27 + 1,92 - 1,02 - 3,62 - 1,29 = \mathbf{0,23 \text{ kğf}}$$

$$Y_r = 2 \times \sin 30 + 3 \times \sin 70 + 1 \times \sin 40 - 4 \times \sin 25 - 5 \times \sin 75 - 3 \times \sin 50 - 4 \times \sin 35 =$$

$$Y_r = 1 + 2,81 + 0,64 - 1,69 - 4,82 - 2,29 = \mathbf{-6,64 \text{ kğf}}$$

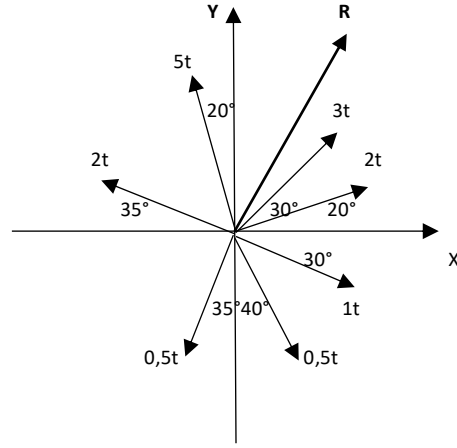
$$\tan \alpha = 6,64 / 0,23 = 28,86$$

$$\alpha = \mathbf{(88,01)^\circ}$$

$$R = \sqrt{(0,23)^2 + (-6,64)^2}$$

$$R = \mathbf{6,64 \text{ kğf}}$$

ÖRNEK:4



ÇÖZÜM:

$$X_r = 2 \times \cos 20 + 3 \times \cos 50 + 1 \times \cos 30 + 0,5 \times \cos 50 - 0,5 \times \cos 55 - 2 \times \cos 35 - 5 \times \cos 70 =$$

$$X_r = 1,87 + 1,92 + 0,86 + 0,32 - 1,71 - 1,63 - 0,28 = 1,35 \text{ kğf}$$

$$Y_r = 2 \times \sin 20 + 3 \times \sin 50 + 5 \times \sin 70 + 2 \times \sin 35 - 1 \times \sin 30 - 0,5 \times \sin 50 - 0,5 \times \sin 55 =$$

$$Y_r = 0,68 + 2,29 + 4,69 + 1,14 - 0,5 - 0,38 - 0,40 = 7,52 \text{ kğf}$$

$$\tan \alpha = 7,52 / 1,35 = 5,52$$

$$\alpha = (79,82)^\circ$$

$$R = \sqrt{(1,35)^2 + (7,52)^2}$$

$$R = 7,64 \text{ kğf}$$

KUVVETLERİN AYRILMASI

(Bileşenlere Ayırma)

Bir noktaya etkiyen tek kuvvet bileşke sayılarak etkime doğrusu üzerinde kesişen ve statik bakımdan kendisine eşdeğer iki bileşenine tek değerli olarak ayrılabilir.

Bunun için bilinmesi gerekenler şunlardır;

- Bileşenlerin etkime doğruları
- Bileşenlerden birinin etkime doğrusu diğerinin şiddeti
- Bileşenlerin her ikisinin de şiddeti

Bu veriler ışığında grafik yöntemle bir kuvvetin iki bileşenine ayrılması kuvvetler paralelkenarı ilkesi veya kuvvetler üçgeni uygulamasının yorumundan gidilerek çizim yoluyla gerçekleştirilebilir.

Analitik yöntemde ise bilinen bileşke kuvvetin izdüşümlerini belirleyen eşitliklerin birlikte ve tek değerli olarak çözülmesiyle hesaplanabilir.

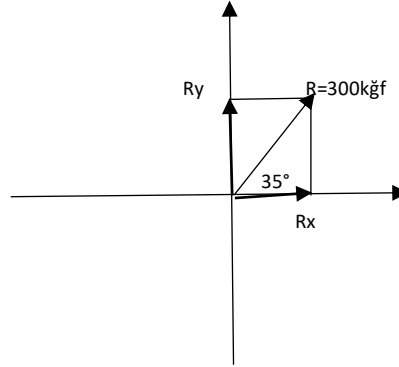
$$R_x = \sum X_i = 0 = \sum f_i \times \cos \alpha$$

$$R_y = \sum Y_i = 0 = \sum f_i \times \sin \alpha$$

ÖRNEK: 5

$$R_x = 300 \times \cos 35 = 245,74 \text{ kğf}$$

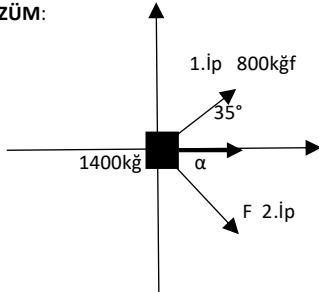
$$R_y = 300 \times \sin 35 = 172,07 \text{ kğf}$$



ÖRNEK: 6

Bozuk bir otomobil yatay eksen doğrultusunda iki ip yardımıyla çekilmektedir. Otomobilin ağırlığı 1400kğ 1. İpin yatayla yaptığı açı 35° ve çekme şiddeti 800kğf, 2. İp yatayla hangi açıyla ve ne kadarlık bir şiddetle çekilirse otomobil yatay hareketine devam edebilir?

ÇÖZÜM:



$$R_x = 1400 = 800 \times \cos 35 + F \times \cos \alpha = 655,32 + F \times \cos \alpha$$

$$F \cos \alpha = 744,68 \quad 1.$$

$$R_y = 0 = 800 \times \sin 35 - F \times \sin \alpha = 458,86 - F \times \sin \alpha$$

$$F \times \sin \alpha = 458,86 \quad 2.$$

$$2. \text{ ve } 1. \text{ Denklemin taraf tarafa bölümü yapılarak } \tan \alpha = 0,61$$

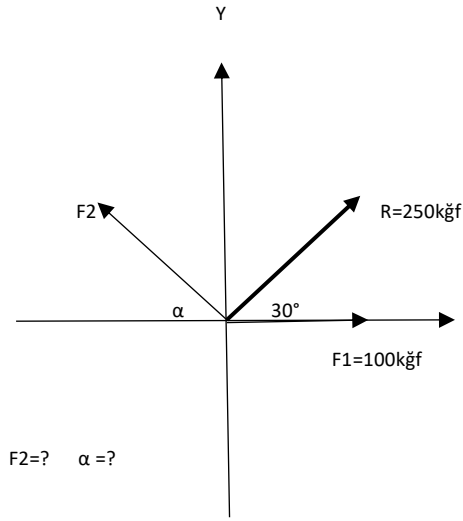
$$\alpha = (31,38)^\circ$$

$$\alpha \text{ 2. Denklemden yerine konularak,}$$

$$F = 458,86 / \sin(31,38)$$

$$F = 881,21 \text{ kğf}$$

Olarak hesaplanır.

ÖRNEK: 7**ÇÖZÜM**

$$R_x = 250 \times \cos 30 = 100 - F_2 \times \cos \alpha$$

$$R_x = 216,50 = 100 - F_2 \times \cos \alpha$$

$$116,50 = -F_2 \times \cos \alpha$$

$$F_2 \times \cos \alpha = -116,50 \quad 1$$

$$R_y = 250 \times \sin 30 = F_2 \times \sin \alpha$$

$$F_2 \times \sin \alpha = 125 \quad 2$$

2. Denklemin 1. dekleme bölümünden $\tan \alpha = -1,07$ buradan,

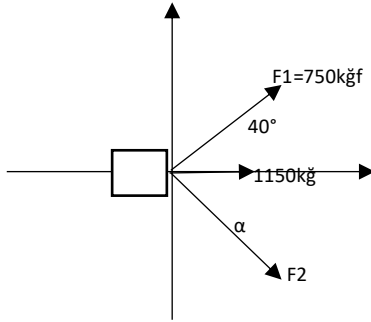
$$\alpha = (46,93)^\circ \text{ bulunur.}$$

$$F_2 = 125 / \sin(46,93) =$$

$$F_2 = 171,11 \text{ kgf bulunur.}$$

ÖRNEK: 8

Ağırlığı 1150kg olan bozuk bir otomobil yatay eksen doğrultusunda 2 halat yardımıyla çekilecektir. Çeken halatlardan bir tanesi yatayda 40° açı yapacak şekilde ve 750kgf kuvvetle asılmaktadır. Otomobilin yatay doğrultuda hareket etmesi için diğer halatın yatayda hangi açı ve kuvvetle çekmesi gerektiğini bulunuz?

**ÇÖZÜM:**

$$R_x = 1150 = 750 \times \cos 40 + F_2 \times \cos \alpha$$

$$F_2 \times \cos \alpha = 575,46 \quad 1$$

$$R_y = 0 = 750 \times \sin 40 - F_2 \times \sin \alpha$$

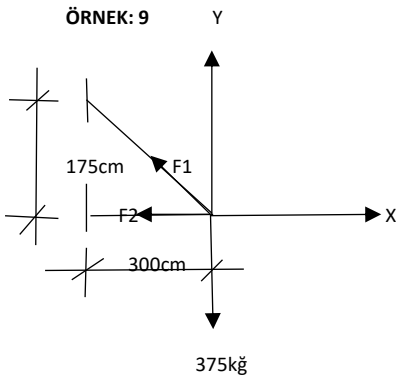
$$F_2 \times \sin \alpha = 482,09 \quad 2$$

2. Denklemin 1. Denkleme bölümünden,

$$\tan \alpha = 0,83 \quad \alpha = (39,6)^\circ$$

$$F_2 = 482,09 / \sin(39,6)^\circ$$

$$F_2 = 756,30 \text{ kgf}$$

ÖRNEK: 9**ÇÖZÜM**

$$\tan \alpha = 175/300 = 0,58 \quad \alpha = (30,11)^\circ$$

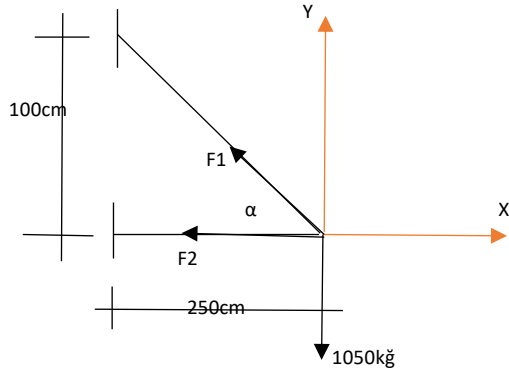
$$R_x = -F_1 \times \cos \alpha - F_2 = 0$$

$$R_y = F_1 \times \sin \alpha = -375$$

$$F_1 = -375 / \sin(30,11) = -747,51 \text{ kgf (Basınç)}$$

$$F_2 = -(-747,51) \times \cos(30,11) = +646,64 \text{ kgf (Çekme)}$$

ÖRNEK 10



F1=? F2=? α =?

ÇÖZÜM:

$$\tan\alpha=100/250=0,4$$

$$\alpha=(21,80)^\circ$$

$$R_x = -F_1 \times \cos\alpha - F_2 = 0$$

$$R_y = F_1 \times \sin\alpha = -1050$$

$$F_1 = -1050 / \sin(21,80) = -2827,38 \text{kgf (Basınc)}$$

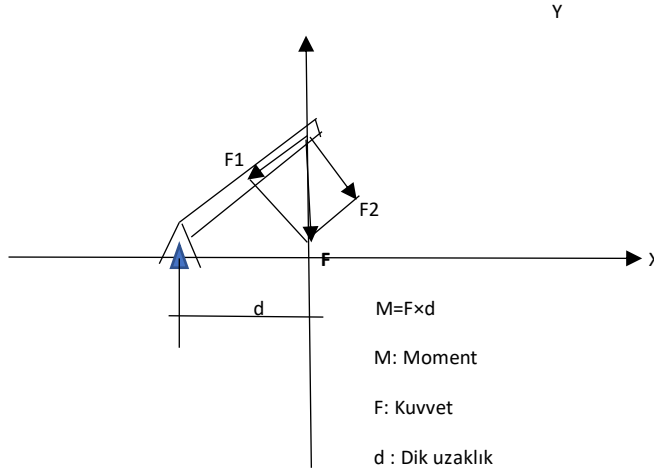
$$F_2 = -(-2827,38 \times \cos(21,80))$$

$$F_2 = 2625,18 \text{kgf (Çekme)}$$

MOMENT KAVRAMI

Bir Kuvvetin Momenti

Bir kuvvetin bir cismi sabit bir eksen etrafında döndürme gayretinin ölçüsüne statik moment veya moment denir. Dönme ekseninin düzlemdeki izi moment merkezi olarak bilinir. Bir kuvvetin bir eksene göre momentini kuvvetin eksene dik düzlem üzerindeki izdüşümü ile kuvvetin eksene dik uzaklığının çarpımlarına eşittir. Momentin işareti – veya + olabilir. Genellikle momentin pozitif yönü saat ibresinin dönüş yönünün tersidir.



MOMENTLER TEOREMİ

Kesişen iki kuvvetin kendi düzlemleri içindeki bir merkeze göre momentlerinin cebirsel toplamı bu iki kuvvetin bileşkesinin aynı merkeze göre momentine eşittir. Bu teoreme momentler teoremi denir.

KESİŞEN KUVVETLERİN DENGESİ

Bir noktada kesişen kuvvetler sisteminde denge için gerek ve yeter şart bileşkenin sıfır olmasıdır.

Bileşkenin sıfır olması demek; sistemde bulunan kuvvetlerin yatay ve düşey izdüşümlerinin sıfır olması demektir.

Bu da $\Sigma x=0$ ve $\Sigma y=0$ şeklinde ifade edilir.

Kesişen kuvvetlerin dengesi 2 değişik yöntem kullanılarak hesaplanabilir.

- 1- Grafik yöntem
- 2- Analitik yöntem

ANALİTİK YÖNTEM

Analitik yöntem de 2 farklı hesap yapılabilir.

- a- Momentler teoremi yöntemi
- b- Koordinat eksen takımına bağlı izdüşüm uygulaması

Bu uygulamada koordinat eksen takımına göre;

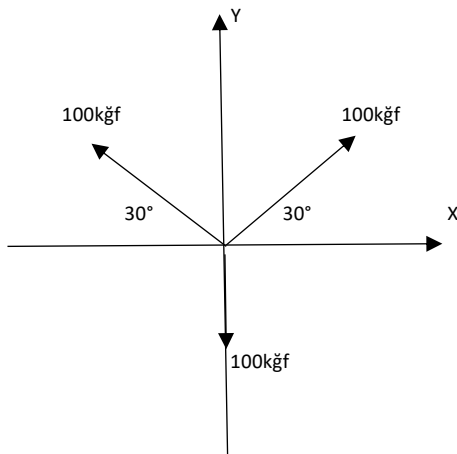
$$R_x=0=\Sigma X_i=0$$

$$R_y=0=\Sigma Y_i=0$$

Eşitliklerinin her ikisinin de sağlanması durumunda sistem dengededir.

Buradaki çözümlerimizde bu yöntem kullanılacaktır.

ÖRNEK: 11



ÇÖZÜM:

$$\Sigma x=0$$

$$100 \times \cos 30 - 100 \times \cos 30 = 0$$

$$0-0=0$$

$$\Sigma y=0$$

$$100 \times \sin 30 + 100 \times \sin 30 - 100 = 0$$

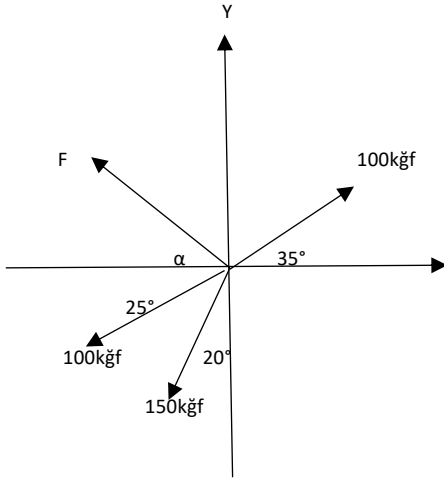
$$50 + 50 - 100 = 0$$

$$0 = 0$$

olduğundan
sistem dengededir.

ÖRNEK: 12

Aşağıdaki sistemin dengede olabilmesi için F ve α ne olmalıdır?

**ÇÖZÜM:**

$$\Sigma x=0$$

$$300 \times \cos 35 - F \times \cos \alpha - 100 \times \cos 25 - 150 \times \cos 70 = 0$$

$$245,74 - F \times \cos \alpha - 90,63 - 51,30 = 0$$

$$F \times \cos \alpha = 103,81 \quad 1$$

$$\Sigma y=0$$

$$300 \times \sin 35 + F \times \sin \alpha - 100 \times \sin 25 - 150 \times \sin 70 = 0$$

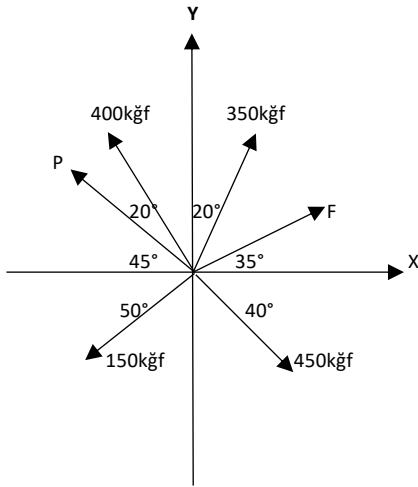
$$172,07 + F \times \sin \alpha - 42,26 - 140,95 = 0$$

$$F \times \sin \alpha = 11,14 \quad 2$$

2. Ve 1. Denklemin taraf tarafa bölümünden,

$$\tan \alpha = 0,10 \quad \alpha = (5,71)^\circ$$

$$F = 103,81 / \cos(5,71) = 104,32 \text{ kgf}$$

ÖRNEK: 13

Sistemin dengede olabilmesi için F ve P ne olmalıdır?

ÇÖZÜM:

$$\Sigma x=0$$

$$F \times \cos 35 + 350 \times \cos 70 - 400 \times \cos 65 - P \times \cos 45 - 150 \times \cos 50 + 450 \times \cos 50 = 0$$

$$F \times \cos 35 + 119,70 - 169,04 - P \times \cos 45 - 96,41 + 289,25 = 0$$

$$F \times \cos 35 - P \times \cos 45 = -143,50 \quad 1$$

$$\Sigma y=0$$

$$F \times \sin 35 + 350 \times \sin 70 + 400 \times \sin 65 + P \times \sin 45 - 150 \times \sin 50 - 450 \times \sin 40 = 0$$

$$F \times \sin 35 + 328,89 + 362,52 + P \times \sin 45 - 114,90 - 344,50 = 0$$

$$F \times \sin 35 + P \times \sin 45 = -231,8 \quad 2$$

1. Ve 2. Denklemin taraf tarafa toplanması ile

$$0,81 \times F - 0,70 \times P = -143,50$$

$$0,57 \times F + 0,70 \times P = -231,8$$

$$1,38 \times F = -375,3$$

$$F = -271,95 \text{ kgf}$$

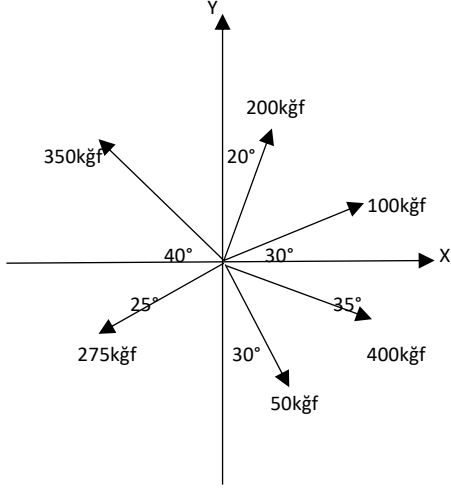
$$P = -113,22 \text{ kgf}$$

ÖRNEK: 14

Aşağıda verilen kesişen kuvvetler sistemi dengede midir?

Eğer dengede değilse sistemi dengeye getirecek kuvveti

Bulunuz ve işaretleyiniz?

**ÇÖZÜM:**

$$\Sigma x=0=R_x$$

$$100 \times \cos 30 + 200 \times \cos 70 - 350 \times \cos 40 - 275 \times \cos 25 + 50 \times \cos 60 + 400 \times \cos 35 = 0$$

$$86,60 + 68,40 - 268,11 - 249,23 + 25 + 327,66 = 0$$

$$R_x = -9,68 \neq 0$$

$$\Sigma y=0=R_y$$

$$100 \times \sin 30 + 200 \times \sin 70 + 350 \times \sin 40 - 275 \times \sin 25 - 50 \times \sin 60 - 400 \times \sin 35 = 0$$

$$50 + 187,93 + 224,97 - 116,22 - 43,30 - 229,43 = 0$$

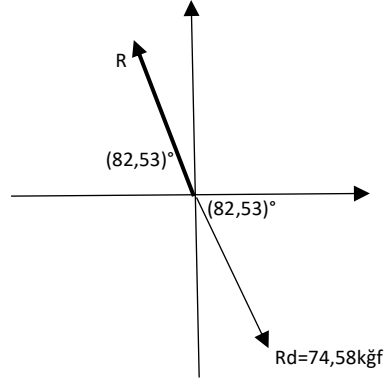
$$R_y = 79,98 \neq 0$$

R_x ve R_y 0 a eşit olmadığından sistem dengede değildir.

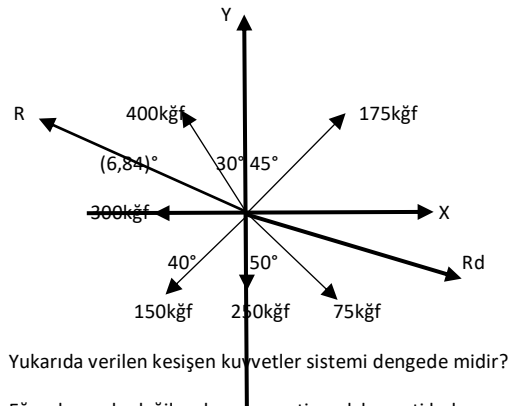
$$R = \sqrt{(-9,68)^2 + (79,98)^2}$$

$$R = 74,58 \text{ kgf}$$

$$\tan \alpha = R_y / R_x = (79,98) / (-9,68) = -8,26 \quad \alpha = (82,53)^\circ$$



Sistemi dengeye getirecek kuvvet.

ÖRNEK: 15

Yukarıda verilen kesişen kuvvetler sistemi dengede midir?

Eğer dengede değilse dengeye getirecek kuvveti bulunuz

Ve işaretleyiniz?

ÇÖZÜM:

$$\Sigma x=0=R_x$$

$$175 \times \cos 35 - 400 \times \cos 60 - 300 - 150 \times \cos 40 + 75 \times \cos 40 = 0$$

$$143,35 - 200 - 300 - 114,90 + 57,45 = 0$$

$$R_x = -414,1 \text{ kgf}$$

$$\Sigma y=0=R_y$$

$$175 \times \sin 35 + 400 \times \sin 60 - 150 \times \sin 40 - 250 - 75 \times \sin 40 = 0$$

$$100,37 + 346,41 - 96,41 - 250 - 48,20 = 0$$

$$R_y = 52,17$$

$R_x \neq 0$ ve $R_y \neq 0$ olduğundan sistem dengede değildir.

$$R = \sqrt{(-414,1)^2 + (52,17)^2}$$

$$R = 417,37 \text{ kgf}$$

$$\tan \alpha = R_y / R_x = 52,17 / -414,1 = -0,12$$

$$\alpha = (6,84)^\circ$$

R_x ve R_y nin işaretlerinden bileşke 2. Bölgede

Denge kuvveti tersi olan 4. Bölgededir.

PARALEL KUVVETLER SİSTEMİ

1- KUVVETLERİN TPLANMASI

Etkime doğruları birbirine paralel olan kuvvetlerin oluşturduğu paralel kuvvetler sisteminin toplanmasında grafik ya da analitik yöntem kullanılabilir. Burada analitik yöntem tercih edilmiştir.

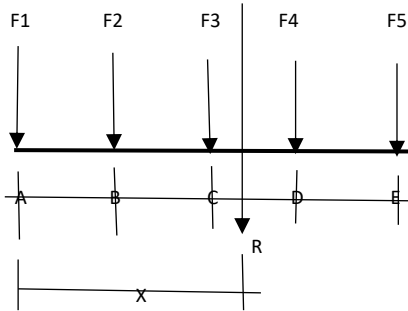
Analitik yöntemde paralel kuvvetler sistemine ait bileşkenin şiddeti bileşenlerin şiddetinin cebirsel toplamıdır.

Etkime doğrusu bileşenlerin ortak etkiye doğrusudur.

Bileşkenin yeri momentler teoremi kullanılarak tespit edilir.

" Momentler teoremi; bir paralel kuvvetler sistemini oluşturan kuvvetlerin kendi düzlemindeki bir merkeze göre statik momentlerinin cebirsel toplamı sisteme ait bileşkenin aynı merkeze göre statik momentine eşittir."

Şeklinde ifade edilebilir.



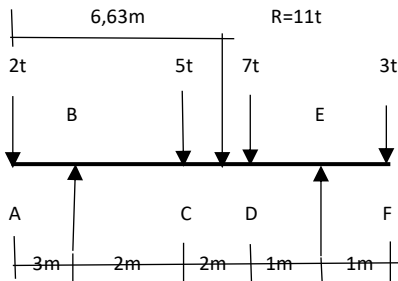
$$R = \sum X_i$$

$$R \cdot X = \sum M_{AF_i}$$

ÖRNEK:16

Aşağıda görülen paralel kuvvetler sisteminde $R = ?$

Bileşkenin yeri nerededir? $X = ?$



ÇÖZÜM

$$\downarrow R = 2 - 4 + 5 + 7 - 2 + 3$$

$$R = 11t$$

$$R \cdot X = + \sum M_A = 0$$

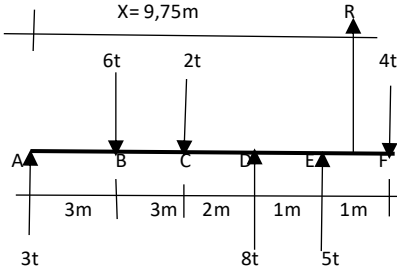
$$11 \cdot X = -4 \cdot 3 + 5 \cdot 5 + 7 \cdot 7 - 2 \cdot 8 + 3 \cdot 9$$

$$11 \cdot X = 73$$

$$X = 6,63m$$

ÖRNEK: 17

Aşağıdaki paralel kuvvetler sisteminde R=? X=?

**ÇÖZÜM:**

$$\downarrow R = -3 + 6 + 2 - 8 - 5 + 4$$

$$R = -4$$

$$R \cdot X = + (\sum MA = 0)$$

$$-4 \cdot X = +6 \cdot 3 + 2 \cdot 6 - 8 \cdot 8 - 5 \cdot 9 + 4 \cdot 10$$

$$-4 \cdot X = -39$$

$$X = 9,75 \text{ m}$$

2- KUVVETİN AYRILMASI (BİLEŞENLERE AYIRMA)

Bir kuvvetin statik bakımdan kendisine eşdeğer paralel iki bileşenine ayrılması için;

- Bileşkenin etkiye doğruları üzerinde birer noktalarının,
- Bileşkenlerden birinin şiddetiyle etkiye doğrusu üzerinde bir noktası verilmiş olmalıdır.

Bu işlemler hem grafik hem de analitik yöntemlerle yapılabilir.

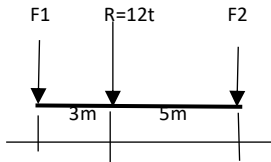
Burada analitik yöntem kullanılacaktır.

Analitik olarak bir kuvvetin kendisine paralel iki bileşenine ayrılmasında bileşenlere ait verilerden yararlanılarak momentler teoremi uygulanır.

ÖRNEK:18

Aşağıda verilen paralel kuvvetler sisteminde

F1 ve F2 kuvvetlerini hesaplayınız?

**ÇÖZÜM:**

$$R = F1 + F2$$

$$R \cdot X = F2 \cdot 8$$

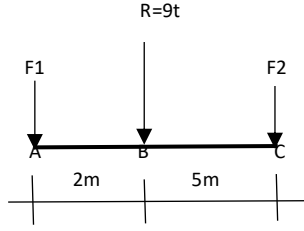
$$3 \cdot 12 = F2 \cdot 8$$

$$F2 = 4,5t$$

$$F1 = 12 - 4,5 = 7,5t$$

ÖRNEK: 19

Aşağıdaki paralel kuvvetler sisteminde F1 ve F2 Kuvvetlerini hesaplayınız.



ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} R &= F1 + F2 \\ R \times X &= F2 \times 7 \\ 9 \times X &= 7 \times F2 \\ 9 \times 2 &= 7 \times F2 \\ 18 &= 7 \times F2 \\ \mathbf{F2} &= \mathbf{2,57t} \\ F1 &= 9 - 2,57 \\ \mathbf{F1} &= \mathbf{6,43t} \end{aligned}$$

3-PARALEL KUVVETLERİN DENGESİ

Düzlemde paralel kuvvetlerin dengesi için gerek ve yeter şartlar;

- Bileşkenin sıfır olması
- Sistemde bulunan kuvvetlerin kendi düzlemleri içindeki bir merkeze göre momentlerinin sıfır olmasıdır.

Paralel kuvvetlerin dengesi ile ilgili problemler hem grafik hem de analitik yöntemle çözülebilir. Burada analitik yöntem kullanılacaktır.

ANALİTİK YÖNTEM

Paralel kuvvetlerin dengesinin analitik yöntemle çözülmesinde denge denklemlerinden yararlanılır.

Denge denklemleri;

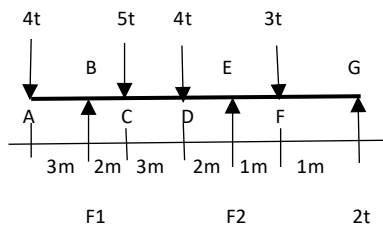
- $\Sigma Xi=0$ Sistem üzerinde bulunan yatay kuvvetlerin cebrik toplamı sıfır olmalıdır.
- $\Sigma Yi=0$ Sistem üzerinde bulunan düşey kuvvetlerin cebrik toplamı sıfır olmalıdır.
- $\Sigma Mi=0$ Sistem üzerinde bulunan kuvvetlerin, sistem üzerinde bulunan herhangi bir noktaya göre momentlerinin toplamı sıfır olmalıdır.

Paralel kuvvetlerin dengesinde, 2. Ve 3. Denge denklemleri bize yardımcı olacaktır.

ÖRNEK:20

Aşağıda görülen paralel kuvvetler sisteminin

Dengede olabilmesi için F1 ve F2 ne olmalıdır?



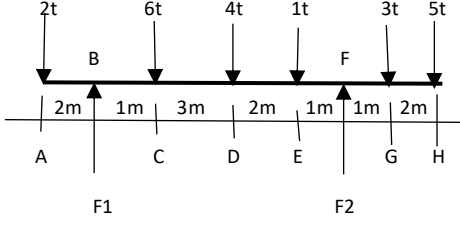
ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} + \uparrow \Sigma Y &= 0 \\ -4 + F1 - 5 - 4 + F2 - 3 + 2 &= 0 \\ F1 + F2 &= 14 \\ + \curvearrowright \Sigma MA &= 0 \\ 4 \times 3 + 5 \times 2 + 4 \times 5 - F2 \times 7 + 3 \times 8 - 2 \times 9 &= 0 \\ 7 \times F2 &= 24 \\ \mathbf{F2} &= \mathbf{3,42t} \quad \mathbf{F1} = 14 - 3,42 = \mathbf{10,58t} \end{aligned}$$

ÖRNEK: 21

Aşağıda verilen paralel kuvvetler sisteminin

Dengede olabilmesi için F1 ve F2 ne olmalıdır?

**ÇÖZÜM:**

$$+\uparrow \Sigma Y=0$$

$$-2+F1-6-4-1+F2-3-5=0$$

$$F1+F2=21$$

$$+\curvearrowright \Sigma M_B=0$$

$$-2 \times 2 + 6 \times 1 + 4 \times 4 + 1 \times 6 - F2 \times 7 + 3 \times 8 + 5 \times 10 = 0$$

$$7 \times F2 = 98$$

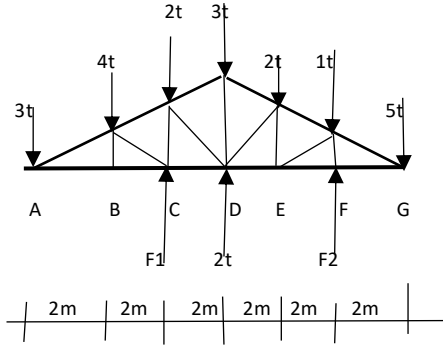
$$F2 = 14t$$

$$F1 = 21 - 14 = 7t$$

ÖRNEK: 22

Aşağıda verilen paralel kuvvetler sisteminin

Dengede olabilmesi için F1 ve F2 ne olmalıdır?

**ÇÖZÜM:**

$$+\uparrow \Sigma Y=0$$

$$-3-4-2+F1-3+2-2-1+F2-5=0$$

$$F1+F2=18$$

$$+\curvearrowright \Sigma M_C=0$$

$$-3 \times 4 - 4 \times 2 + 3 \times 2 - 2 \times 2 + 2 \times 4 + 1 \times 6 - F2 \times 6 + 5 \times 8 = 0$$

$$6 \times F2 = 36$$

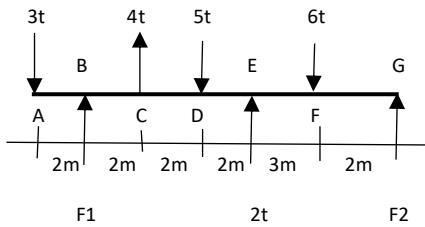
$$F2 = 6t$$

$$F1 = 18 - 6 = 12t$$

ÖRNEK: 22

Aşağıda verilen paralel kuvvetler sisteminin

Dengede olabilmesi için F1 ve F2 ne olmalıdır?

**ÇÖZÜM:**

$$+\uparrow \Sigma Y=0$$

$$-3+F1+4-5+2-6+F2=0$$

$$F1+F2=8$$

$$+\curvearrowright \Sigma M_B=0$$

$$-3 \times 2 - 4 \times 2 + 5 \times 4 - 2 \times 6 + 6 \times 9 - F2 \times 11 = 0$$

$$11 \times F2 = 48$$

$$F2 = 4,36t$$

$$F1 = 8 - 4,36 = 3,64t$$

GENEL KUVVETLER SİSTEMİ

Düzlemde herhangi bir konumda bulunan kuvvetlere genel kuvvetler denir.

GENEL KUVVETLERİN DENGESİ

Düzlemde genel kuvvetler sisteminin denge şartları;

- a- Düzlemde bulunan kuvvetlerin bileşkesinin sıfır olması
- b- Düzlemde herhangi bir merkeze göre alınacak momentin sıfır olması

Genel kuvvetler sisteminin dengesi problemleri hem grafik hem de analitik metotla çözülebilir. Burada analitik yöntem kullanılacaktır.

Genel kuvvetler sisteminin denge problemlerinin analitik olarak hesaplanmasında denge denklemlerinden yararlanır.

$$\sum X_i = 0$$

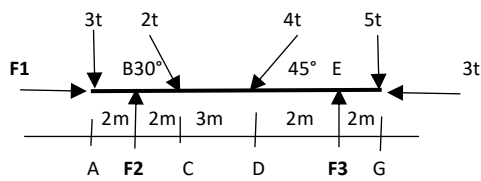
$$\sum Y_i = 0$$

$$\sum M_i = 0$$

ÖRNEK:23

Aşağıdaki genel kuvvetler sisteminin dengede

Olabilmesi için F_1, F_2, F_3 ne olmalıdır?



ÇÖZÜM:

$$\rightarrow \sum X = 0$$

$$F_1 + 2X \cos 30^\circ - 4X \cos 45^\circ - 3 = 0$$

$$F_1 + 1,73 - 2,82 - 3 = 0 \quad \mathbf{F_1 = 4,09t}$$

$$\uparrow \sum Y = 0$$

$$-3 + F_2 - 2X \sin 30^\circ - 4X \sin 45^\circ + F_3 - 5 = 0$$

$$F_2 + F_3 = 11,82$$

$$\curvearrowright \sum M_B = 0$$

$$-3 \times 2 + 2 \times 2 \times \sin 30^\circ + 5 \times 4 \times \sin 45^\circ + 5 \times 7 - F_3 \times 7 = 0$$

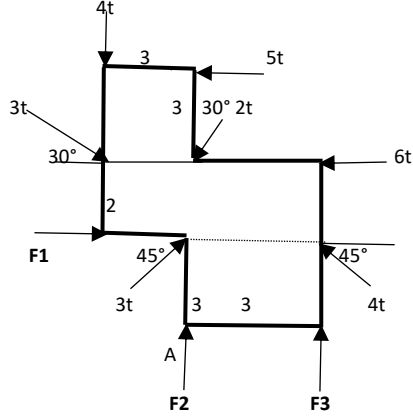
$$7 \times F_3 = 45 \quad \mathbf{F_3 = 6,44t}$$

$$\mathbf{F_2 = 11,82 - 6,44 = 5,38t}$$

ÖRNEK:24

Şekildeki plakanın dengede olabilmesi için

F1, F2, F3 ne olmalıdır?

**ÇÖZÜM:**

$$\rightarrow + \Sigma x = 0$$

$$F1 + 3x \cos 30 - 5 - 2x \cos 60 - 6 - 7x \cos 45 + 3x \cos 45 = 0$$

$$F1 = 12,23t$$

$$+ \uparrow \Sigma y = 0$$

$$F2 + 3x \sin 45 - 3x \sin 30 - 4 - 2x \sin 60 + 7x \sin 45 + F3 = 0$$

$$F2 + F3 = 0,17$$

$$+ \curvearrowright \Sigma M_A = 0$$

$$3x \cos 45 \times 3 + F1 \times 3 + 3x \cos 30 \times 5 - 3x \sin 30 \times 3 - 4 \times 3 - 5 \times 8$$

$$- 2x \cos 60 \times 5 - 6 \times 5 - 4x \cos 45 \times 3 - 4x \sin 45 \times 3 - F3 \times 3 = 0$$

$$6,36 + 36,69 + 12,99 - 4,5 - 12 - 40 - 5 - 30 - 8,48 - 8,48 - 3 \times F3 = 0$$

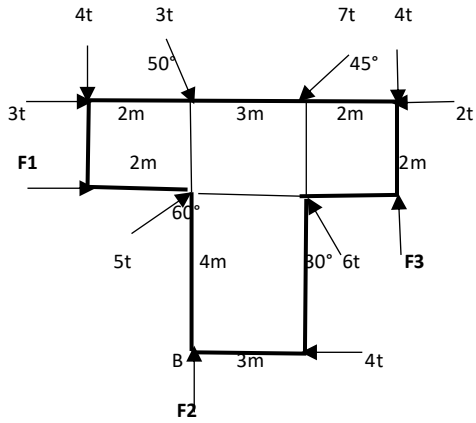
$$-52,42 - 3 \times F3 = 0 \quad \mathbf{F3 = -17,47t}$$

$$\mathbf{F2 = 0,17 + 17,47 = +17,64t}$$

ÖRNEK: 25

Şekildeki plakanın dengede olabilmesi için

F1, F2, F3 ne olmalıdır.

**ÇÖZÜM:**

$$\rightarrow + \Sigma x = 0$$

$$F1 + 3 + 3x \cos 50 - 7x \cos 45 - 2 - 6x \cos 60 - 4 + 5x \cos 30 = 0$$

$$\mathbf{F1 = 4,69t}$$

$$+ \uparrow \Sigma y = 0$$

$$F2 + 5x \sin 30 - 4 + 3x \sin 50 - 7x \sin 45 - 4 + F3 + 6x \sin 60 = 0$$

$$F2 + F3 = 7,54$$

$$+ \curvearrowright \Sigma M_B = 0$$

$$+ 5x \cos 30 \times 4 + F1 \times 4 + 3 \times 6 - 4 \times 2 + 3x \cos 50 \times 6 + 7x \sin 45 \times 3 -$$

$$7x \cos 45 \times 6 + 4 \times 5 - 2 \times 6 - F3 \times 5 - 6x \sin 60 \times 3 - 6x \cos 60 \times 4 = 0$$

$$5 \times F3 = +23,21$$

$$\mathbf{F3 = 4,64t}$$

$$\mathbf{F2 = 2,9t}$$

STATİK SİSTEMLER

Yapılar dışarıdan gelen yüklere karşı oluşturulan statik sistemlerle ayakta dururlar. Yapının ayakta durması demek dış etkilere karşı denge konumunu muhafaza etmesi demektir. Yapının denge konumunu muhafaza etmesi için, yapı statik sistemini meydana getiren taşıyıcı sistem elemanlarının da denge konumlarını muhafaza etmeleri ve yük aktarım zincirine uygun şekilde üzerlerine gelen yükleri zemine kadar aktarmaları gereklidir. Bu da sistemi oluşturan taşıyıcı elemanlar vasıtasıyla olmaktadır.

Taşıyıcı elemanlar;

İskelet yapılar için, sırasıyla, döşeme -kiriş- kolon veya perde -temel -zemin

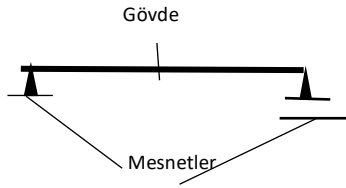
Yığma yapılar için, sırasıyla, döşeme- hatıl-taşıyıcı duvar- duvar altı temeli- zemin

Prefabrik yapılar için, sırasıyla, çatı örtüsü-aşık-makas-kolon- kolon yuvalı temel- zemin

Olarak sıralanabilir.

Taşıyıcı elemanlar iki ana kısımdan oluşmaktadır.

- 1- Gövde; yükü alan ve taşıyan kısım.
- 2- Mesnet; yükü gövdeden alıp kendinden sonraki elemana aktaran kısım.



Yandaki kirişte gövde ve mesnetler görülmektedir.

Taşıyıcı elemanlarda bilinmesi gerekli 3 tip temel mesnet vardır.

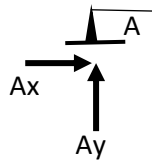
- 1- Sabit mesnet
- 2- Hareketli mesnet
- 3- Ankastre mesnet

Mesnetler gövdeden aldıkları yükleri aktarırken ortaya çıkan etkiye karşı dengeyi sağlamak için tepki üretirler, bunlara mesnet reaksiyon kuvvetleri denir.

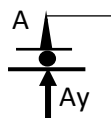
Her mesnet kendi tip ve özelliğine uygun olarak çeşitli mesnet reaksiyonları üretirler.

Aşağıda temel mesnetler ve aldıkları mesnet reaksiyonları verilmiştir.

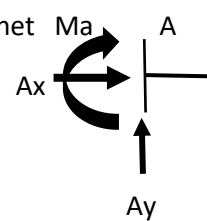
- 1- Sabit Mesnet



- 2- Hareketli Mesnet

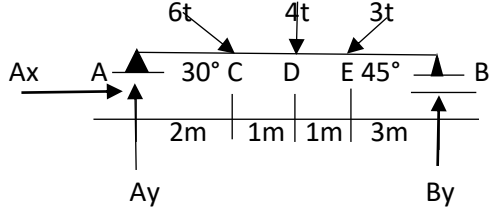


- 3- Ankastre Mesnet



ÖRNEK: 26

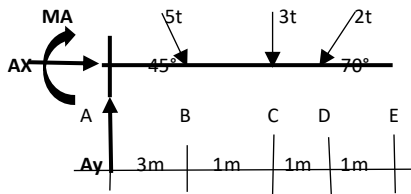
Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen basit kirişin Mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız?

**ÇÖZÜM:**

$$\begin{aligned} & \rightarrow \Sigma X=0 \\ & Ax+6t\cos 30-3t\cos 45=0 \\ & Ax+5,15-2,12=0 \quad \mathbf{Ax= -3,07t} \\ & +\uparrow \Sigma Y=0 \\ & Ay-6t\sin 30-4-3t\sin 45+By=0 \\ & Ay+By-3-4-2,12=0 \\ & Ay+By=9,12 \\ & +\curvearrowright \Sigma MA=0 \\ & 6t\sin 30 \times 2+4 \times 3+3t\sin 45 \times 4-By \times 7=0 \\ & 7 \times By=26,48 \quad \mathbf{By=3,78t} \\ & \mathbf{Ay=9,12-3,78=5,34t} \end{aligned}$$

ÖRNEK:27

Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen konsol kirişin Mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız?

**ÇÖZÜM:**

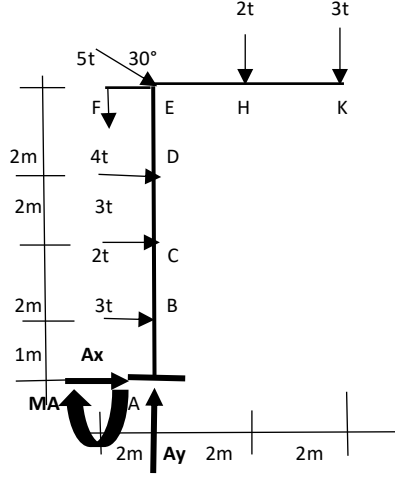
$$\begin{aligned} & \rightarrow \Sigma X=0 \\ & Ax+5t\cos 45-2t\cos 70=0 \\ & Ax+3,53-0,68=0 \quad \mathbf{Ax=-2,85t} \\ & +\uparrow \Sigma Y=0 \\ & Ay-5t\sin 45-3-2t\sin 70=0 \\ & Ay-3,53-3-1,87=0 \\ & \mathbf{Ay=8,40t} \\ & +\curvearrowright \Sigma MA=0 \\ & MA+5t\sin 45 \times 3+3 \times 4+2t\sin 70=0 \\ & MA+3,53 \times 3+3 \times 4+1,87 \times 5=0 \\ & \mathbf{MA=-31,94tm} \end{aligned}$$

ÖRNEK:28

Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen

Reklam tabelası şeklindeki statik sistemin

Mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız?

**ÇÖZÜM:**

$$\rightarrow \Sigma x = 0$$

$$Ax + 3 + 2 + 3 + 5 \cos 30 = 0$$

$$Ax = -12,33t$$

$$+ \uparrow \Sigma y = 0$$

$$Ay - 5 \sin 30 - 2 - 3 - 4 = 0$$

$$Ay = -11,5t$$

$$+ \curvearrowright \Sigma MA = 0$$

$$MA + 3 \times 1 + 2 \times 3 + 3 \times 5 - 4 \times 2 + 5 \cos 30 \times 7 + 2 \times 2 + 3 \times 4 = 0$$

$$MA + 3 + 6 + 15 - 8 + 30,31 + 4 + 12 = 0$$

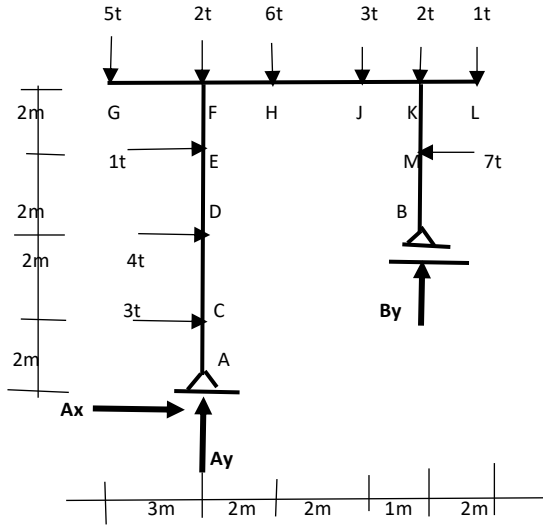
$$MA = -62,31 \text{tm}$$

ÖRNEK:29

Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen

İzostatik çerçevenin mesnet reaksiyonlarını

Hesaplayınız?

**ÇÖZÜM:**

$$\rightarrow \Sigma x = 0$$

$$Ax + 3 + 4 + 1 - 7 = 0$$

$$Ax = -1$$

$$+ \uparrow \Sigma y = 0$$

$$Ay + By - 5 - 2 - 6 - 3 - 2 - 1 = 0$$

$$Ay + By = 19$$

$$+ \curvearrowright \Sigma MA = 0$$

$$3 \times 2 + 4 \times 4 + 1 \times 6 - 5 \times 3 + 6 \times 2 + 3 \times 4 + 2 \times 5 + 1 \times 7 - 7 \times 6 - By \times 5 = 0$$

$$5 \times By = 12$$

$$By = 2,4t$$

$$Ay = 16,6t$$