

**MESLEK YÜKSEK OKULU
İNŞAAT BÖLÜMLERİ İÇİN
ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLERLE**

YAPI STATİĞİ (İZOSTATİK)

EDİTÖR

Prof. Dr. Hicran AÇIKEL

YAZANLAR

Durmuş Ali AÇIKEL

İNşaat Yüksek Mühendisi

Hüsna AÇIKEL

İNşaat Yüksek Mühendisi

KONYA -2020

ÖNSÖZ

Günümüz yüksek öğretiminde özellikle ön lisans düzeyinde eğitim veren Meslek Yüksek Okullarının teknik eğitim veren bölümlerinde, aynı adı taşıyan lisans düzeyinde eğitim veren Mühendislik Fakültelerinin bölümlerinde aynı adı taşıyan dersler bulunmaktadır. Ancak bu dersler içerik olarak Mühendislik Fakültelerinde okutulanlar dan daha dar bir içeriğe sahiptir ve öyle de olmalıdır.

Bu durum, Meslek Yüksek Okullarındaki öğrenci ve hocaları kaynak açısından zorlamaktadır. Bu çalışma uzun yıllar tecrübe edilmiş ve Meslek Yüksek Okullarının inşaat bölümlerinde öğrencilere anlatılmış konu ve örnekleri içermektedir.

Bu çalışmadan amaç, Meslek Yüksek Okullarındaki öğrencilere YAPI STATİĞİ biliminin özüne sadık kalarak, İnşaat Teknikeri seviyesinde bir anlatımla ilgililere faydalı olabilmektir.

Bu çalışma **İZOSTATİK** taşıyıcı sistemleri kapsamaktadır.

Faydalı olması dileklerimizle.

Durmuş Ali AÇIKEL

İnşaat Yüksek Mühendisi

Hüsna AÇIKEL

İnşaat Yüksek Mühendisi

1.- GİRİŞ

Cisimlerin dengede kalabilmeleri için gerekli şartları ve kanunları, dengede olmayan cisimleri dengeye getirebilmek için neler yapılması gerektiği konularını inceleyen bilim dalı statik olarak tanımlanmaktadır.

Yapıların ve yapıların oluşmasını sağlayan sistemlerin, bu sistemleri meydana getiren taşıyıcı sistem elemanlarının dış kuvvetler etkisindeki davranışlarının incelenmesi yapı statik biliminin ilgi alanı içerisinde yer almaktadır.

Yapıları meydana getiren taşıyıcı sistemler üzerlerine gelen dış yükleri belli bir sıra ve sistematik çerçevesinde birbirine aktararak dengeli kütleleri meydana getirirler.

Taşıyıcı sistemler yapıya her doğrultuda etkiyen bütün yükleri emniyetle taşıyarak uygun malzemelerden yapılmış yapı elemanları yardımı ile zemine aktaran uzaysal sistemlerdir.

Fakat mümkün olduğu takdirde statik inceleme uzay sistem, düzlem sistemlere indirgenerek yapılır. Düzlem sistemlere indirgenemeyen, Kabuk, Kubbe gibi sistemler ise uzaysal olarak çözülür.

Taşıyıcı sistem, dış kuvvetler altındaki yapı elemanları olan, temel, kolon, kiriş, döşeme ve bu elemanların yük aktarım noktaları olan mesnetlerinden meydana gelir.

Taşıyıcı sistemlerde dış yüklerin sebep olduğu, mesnet reaksiyonlarının değerlerinin hesaplanması, sistemdeki elemanların yük değişim noktalarında meydana gelen kesit tesiri değerlerinin hesaplanması ve elemanlarda meydana gelen şekil değişikliklerinin belirlenmesi, yapı statik konusunun oluşturmaktadır.

Bu hususların incelenmesi ve hesaplanması, inşa edilecek yapılar ve bu yapıların ayakta kalabilmesi, mühendisin belirleyeceği taşıyıcı sistemlerle mümkün olmaktadır. Bu noktada mühendislerin yapacağı genel denge şartlarını ve mimari şartları esas alan çok çeşitli taşıyıcı sistem şekilleri ile karşılaşılabilir.

Yapı statikinde karşımıza çıkacak taşıyıcı sistemler aşağıda incelenmektedir.

1.1- TAŞIYICI SİSTEMLER

Taşıyıcı sistemler dış yükleri taşıyan gövde kısmı ve dış yükleri taşıdıktan sonra kendisinden sonraki taşıyıcı elemana aktaran mesnetlerden oluşmaktadır. Buradaki temel konu taşıyıcı sistemin dış yükler etkisinde dengede kalabilmesidir. Bu noktada taşıyıcı sistemin denge denklemleri uygulanması ve sistemde bilinmeyen olarak ortaya çıkan mesnet reaksiyon kuvvetlerinin belirlenmesi sistemin tipini belirleyen en önemli faktördür.

Taşıyıcı sistemler yapılarda buldukları şekillere ve mesnetlenme durumlarına göre statik sistemleri açısından 2 çeşittir.

A-İzo statik taşıyıcı sistemler

Bu sistemler bilinmeyen sayısı 3 olan dolayısıyla bilinen denge denklemleri olan;

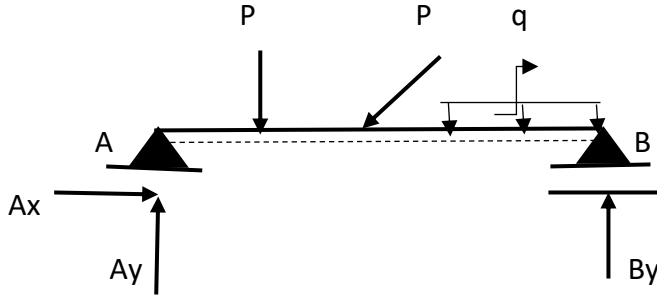
$$\Sigma x=0$$

$$\Sigma y=0$$

$$\Sigma M=0$$

Denge denklemleriyle çözülebilen sistemlerdir.

Aşağıda örnek bir taşıyıcı sistem şekli üzerinde izostatiklik incelemesi yapılmıştır.

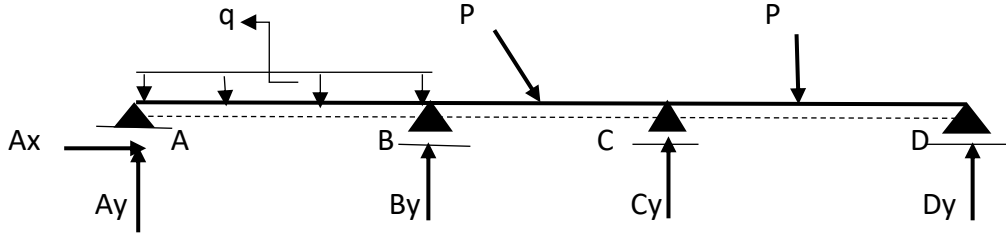


Yukarıdaki sistemde bilinmeyenler Mesnet reaksiyonları olan Ax,Ay,By olarak karşımıza çıkmakta ve 3 adettir. Bilinen denge denklemleri de 3 tane olduğundan, sistem bu denge denklemleri ile çözülebilir, o halde sistem İZOSTATİKTİR.

B-Hiper statik taşıyıcı sistemler

Bu sistemler bilinmeyen sayısı 3 ten fazla olan ve bilinen ve yukarıda verilen denge denklemleriyle çözülemeyen sistemlerdir.

Aşağıda örnek bir taşıyıcı sistem şekli üzerinde hiperstatiklik incelemesi yapılmıştır.



Yukarıdaki sistemde bilinmeyenler Mesnet reaksiyonları olan A_x, A_y, B_y, C_y, D_y olarak karşımıza çıkmakta ve 5 adettir. Bilinen denge denklemleri de 3 tane olduğundan, sistem bu denge denklemleri ile çözülemez, o halde sistem HİPERSTATİKTİR. Hiperstatiklik derecesi de Bilinmeyen sayısından denge denklemleri sayısı çıkarılarak bulunur. O halde sistem 2°den Hiperstatiktir.

Bu kitapta İZOSTATİK sistemlerin çözümleri ele alınmıştır.

1.1-TAŞIYICI SİSTEMLERE ETKİYEN YÜKLER

Taşıyıcı sistemlere etkiyen yükleri aşağıdaki gibi sınıflandırmak mümkündür.

1.1.1- Etki ediş şekillerine göre

1.1.1.1- Düşey doğrultuda etki eden yükler

1.1.1.1.1-Hareketli yükler

İnsanlar, hayvanlar ve eşyalar gibi unsurların meydana getirdiği yükler.

1.1.1.1.2-Zati (sabit) Yükler

Binanın kendi ağırlığı (duvar, döşeme, kiriş, kolon) gibi unsurların ağırlıklarından meydana gelen yükler.

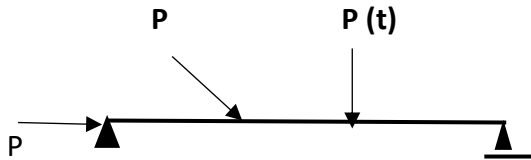
1.1.1.2- Yatay doğrultuda etkiyen yükler

Rüzgâr deprem gibi tabi olaylardan meydana gelen yükler.

1.1.2- Taşıyıcı sistemlere etki ediş geometrilerine göre

1.1.2.1- Tekil yükler

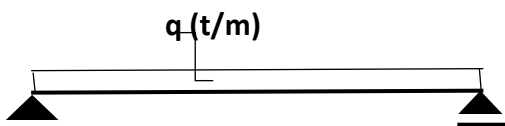
Taşıyıcı sistem üzerine noktasal olarak etki eden yüklerdir, dik, yatay ve açılı şekilde etki edebilirler.



1.1.2.2- Yayılı yükler

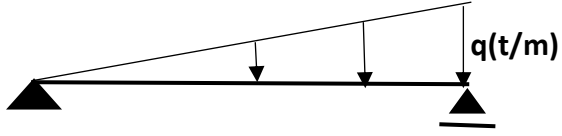
1.1.2.2.1- Düzgün yayılı yük

Taşıyıcı sistem üzerine üniform şekilde her noktada aynı şiddetle etki eden yüklerdir.



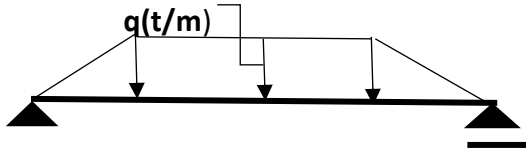
1.1.2.2-Üçgen yayılı yük

Taşıyıcı sistem üzerine üçgen şeklinde etki eden yüklerdir.



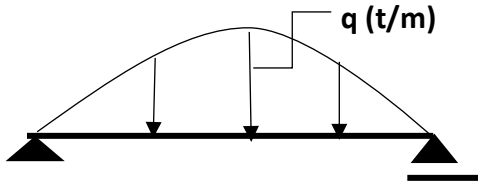
1.1.2.3-Trapez yayılı yük

Taşıyıcı sistem üzerine trapez şeklinde etki eden yükler



1.1.2.4- Parabol yayılı yükler

Taşıyıcı sistem üzerine parabol şeklinde etki eden yüklerdir.

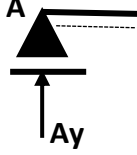


1.2- TAŞIYICI SİSTEMLERDE MESNETLER

MESNET: *Taşıyıcı elemanın üzerine gelen yükü kendisinden sonra gelen diğer bir taşıyıcı elemana aktardığı noktaya mesnet denir.*

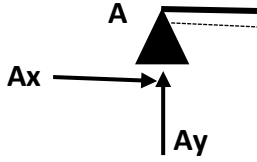
Statik sistemlerde en çok karşılaşılan mesnetler aşağıda verilmiştir.

1.2.1-Hareketli Mesnet



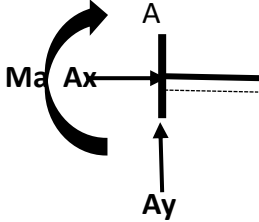
Yukarıdaki şekildeki gibi olup; sadece **düşey** reaksiyon kuvveti alır.

1.2.2- Sabit Mesnet



Yukarıdaki şekildeki gibi olup hem **yatay** hem **düşey** reaksiyon kuvveti alır

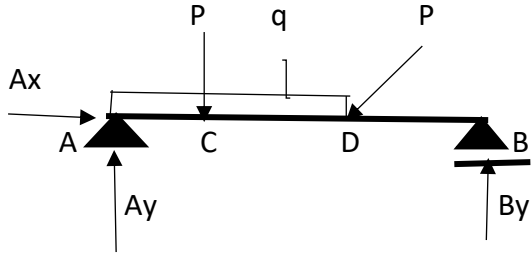
1.2.3- Ankastre Mesnet



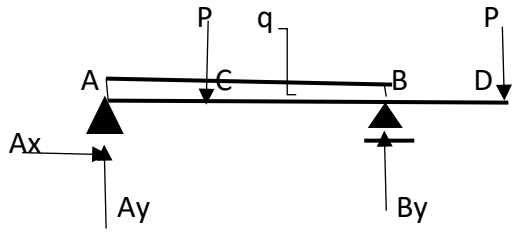
Yukarıdaki şekildeki gibi olup; **yatay**, **düşey** ve **moment** reaksiyon kuvvetlerini alır.

1.3- TAŞIYICI SİSTEM ÇEŞİTLERİ

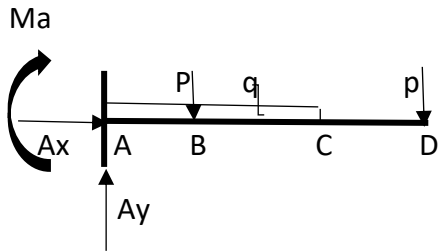
Taşıyıcı sistemler çeşitli şekillerde karşımıza çıkar ve bu şekillere göre isimlendirilirler.



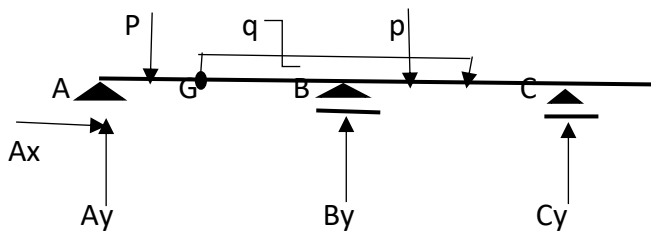
Basit Kiriş



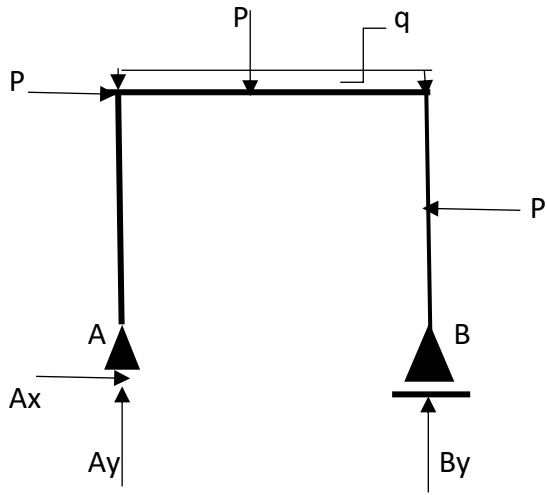
Çıkmalı Kiriş



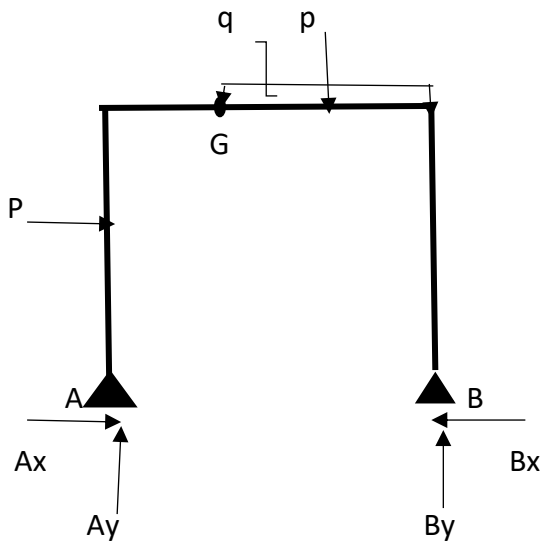
Konsol Kiriş



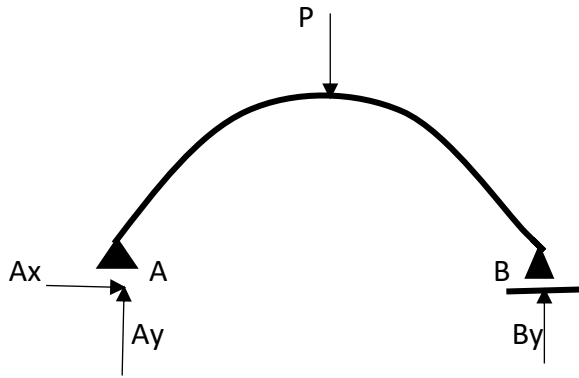
Mafsallı Sürekli (GERBER) Kiriş



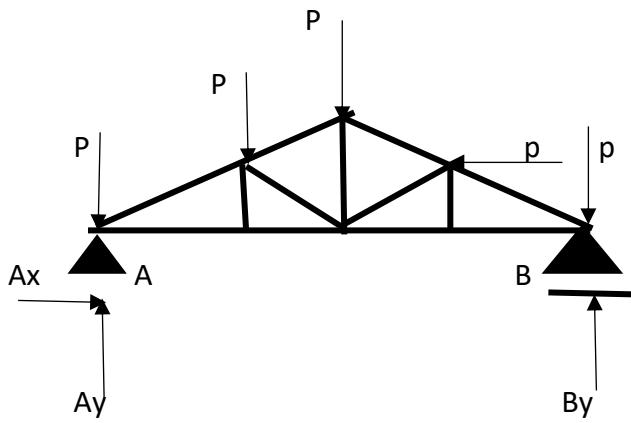
İzostatik Çerçeve



Üç Mafsallı Çerçeve



İzostatik Kemer



Kafes Kiriş

2. TAŞIYICI SİSTEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Taşıyıcı sistemlerin çözümleri 3 temel aşamada gerçekleştirilir. Bu aşamalar;

- A) Mesnet Reaksiyonlarının Hesabı
- B) Kırık noktalarda yani yük değişim noktalarında kesit tesiri değerlerinin, yani iç kuvvetlerin hesaplanması.
 - İç Kuvvetler
 - N** Normal Kuvvet
 - T** Kesme kuvveti
 - M** Moment
- C) Hesaplanan iç kuvvet değerlerini esas alan kesit tesiri diyagramlarının çizilmesi

Aşamalarıdır.

2.1.- MESNET REAKSİYON KUVVETLERİNİN HESAPLANMASI

Mesnet reaksiyonları, dış yüklerin karşılanması, taşıyıcı sistemin dengede kalabilmesi için, mesnetlerde oluşan tepki kuvvetleridir.

Mesnet reaksiyon kuvvetleri hesaplanırken **DENGE** denklemlerinden yararlanılır. Taşıyıcı sistemin mevcut durumuna denge denklemleri uygulanır ve ortaya çıkan denklemler çözülerek başlangıçta bilinmeyen mesnet reaksiyon kuvvetleri bilinir hale getirilir, yani değerleri hesaplanır. Mesnet reaksiyonları hesaplanırken şu işlem sırası takip edilir;

A- Sistem üzerindeki yükler analiz edilir, yani; sistem üzerinde bulunan açılı yüklerin x ve y bileşenleri hesaplanır, yayılı yük sanal tekil yük haline getirilir.

B- Mesnet reaksiyonları işaretlenir.

C-Denge denklemleri kullanılarak mesnet reaksiyon kuvvetleri hesaplanır.

2.1.1.- DENGE DENKLEMLERİ

A) $\Sigma x=0$

Sistem üzerinde bulunan tüm yatay yüklerin yönleriyle birlikte (Cebrik) toplamları sıfır olmalıdır.

B) $\Sigma y=0$

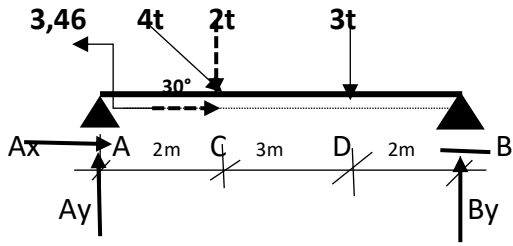
Sistem üzerinde bulunan tüm düşey yüklerin yönleriyle birlikte (Cebrik) toplamları sıfır olmalıdır.

D) $\Sigma M=0$

Sistem üzerinde bulunan herhangi bir noktaya göre alınacak momentin toplamı sıfır olmalıdır.

Aşağıda mesnet reaksiyon kuvvetlerinin hesaplanması ile ilgili örnekler görülmektedir.

ÖRNEK 1-

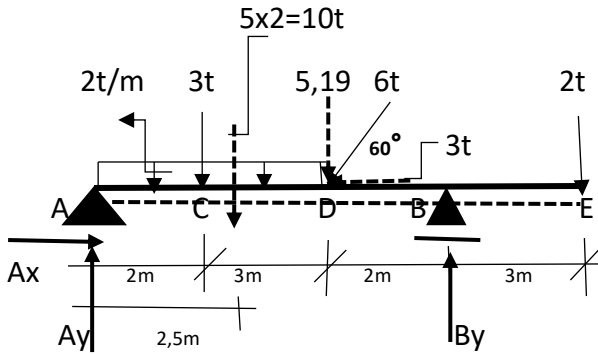


Yanda yükleme durumu ve şekli verilen basit kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız?

ÇÖZÜM 1-

$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma x = 0 & \quad Ax + 3,46 = 0 & \quad \mathbf{Ax = -3,46t} \\ \uparrow \Sigma y = 0 & \quad Ay - 2 - 3 + By = 0 & \quad Ay + By = 5t \\ \curvearrowright \Sigma Ma = 0 & \quad +2 \times 2 + 3 \times 5 - By \times 7 = 0 & \quad 7xBy = 4 + 15 & \quad 7xBy = 19 \\ & \quad \mathbf{By = 2,71t} \quad Ay + 2,71 = 5 & \quad \mathbf{Ay = 2,29t} \end{aligned}$$

ÖRNEK 2-

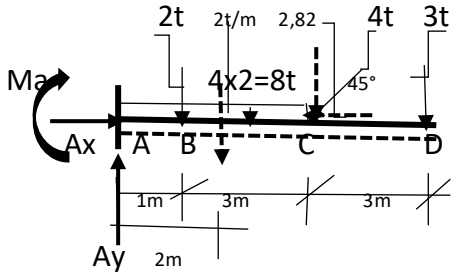


Yanda şekli ve yükleme durumu verilen çukmalı kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız?

ÇÖZÜM 2-

$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma x = 0 & \quad Ax - 3 = 0 & \quad \mathbf{Ax = 3t} \\ \uparrow \Sigma y = 0 & \quad Ay - 3 - 10 - 5,19 + By - 2 = 0 & \quad Ay + By = 18,19 \\ \curvearrowright \Sigma Ma = 0 & \quad 3 \times 2 + 10 \times 2,5 + 5,19 \times 5 - By \times 7 + 2 \times 10 = 0 & \quad 7xBy = 6 + 25 + 25,95 \\ & \quad 7xBy = 56,95 & \quad \mathbf{By = 8,13t} & \quad \mathbf{Ay = 18,19 - 8,13 = 10,06t} \end{aligned}$$

ÖRNEK 3-



Yanda şekli ve yükleme durumu verilen konsol kirişin mesnet reaksiyonlarını hesaplayınız?

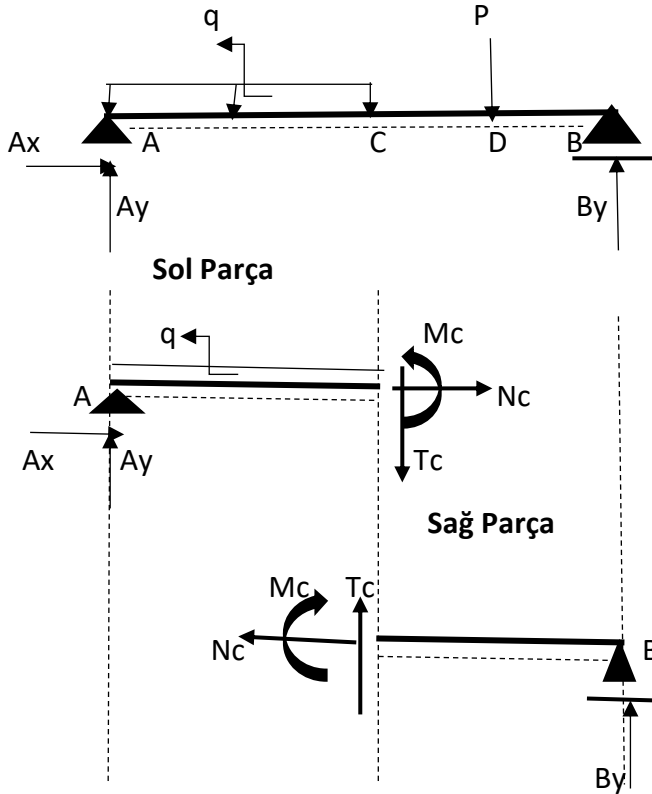
ÇÖZÜM 3-

$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma x = 0 & \quad Ax - 2,82 = 0 & \quad \mathbf{Ax = 2,82t} \\ \uparrow \Sigma y = 0 & \quad Ay - 2 - 8 - 2,82 - 3 = 0 & \quad \mathbf{Ay = 15,82t} \\ (\Sigma Ma = 0 & \quad Ma + 2 \times 1 + 8 \times 2 + 2,82 \times 4 + 3 \times 7 = 0 & \quad Ma + 2 + 16 + 11,28 + 21 = 0 \\ & \quad \mathbf{Ma = -50,28tm} \end{aligned}$$

2.2.- İÇ KUVVETLER (KESİT TESİRLERİ)

Statik sistemlerin dış yükler ve bunları karşılayan mesnet reaksiyonları ile dengede olduğu bilinmektedir. Buradan yola çıkarak sistemi sistem üzerindeki herhangi bir noktadan hayali olarak ikiye ayırdığımızda ayırım düzlemine göre hem sağ hem de sol parçada kendi içinde dengededir.

Bu dengenin sağlanabilmesi için statik sistemin kesildiği noktada tepki kuvvetleri meydana gelir. Bu tepki kuvvetlerine iç kuvvetler ya da kesit tesirleri denir.



Yukarıdaki şekilden de anlaşılacağı gibi kesim düzlemine göre aynı noktada aynı değerlere sahip 3 adet kesit tesiri ya da iç kuvvet oluşmaktadır. Bu iç kuvvetlerin yön ve şekilleri yukarıdaki şekilde verilmiş olup iç kuvvet hesaplarında bu şekliyle kullanılacaktır.

Bu iç kuvvetler; **Normal Kuvvet**, **Kesme Kuvveti** ve **Moment** dir.

NORMAL KUVVET

Eksen doğrultusunda çekme yönünde oluşan kuvvettir. **N** harfi ile gösterilir, kesilen noktanın belirtilmesi için de noktanın harfi N harfi ile birlikte kullanılır.

KESME KUVVETİ

Eksene dik doğrultuda oluşan kuvvettir, eğer sol parça kullanılarak hesap yapılıyorsa aşağı doğru yönlü, eğer sağ parça kullanılarak hesap yapılıyorsa yukarı doğru yönlüdür. **T** harfi ile gösterilir.

MOMENT

Statik sistemin bakış yönüne göre içeriden dışarı doğru sistemi döndürecek şekilde oluşan kuvvettir. **M** harfi ile gösterilir.

2.2.1.- KESİT TESİRLERİNİN (İÇ KUVVETLERİN) HESAPLANMASI

Statik sistemlerde kesit tesirleri birkaç yöntemle hesaplanabilir. Burada iki temel yöntem anlatılacaktır.

A) Kesim yöntemi

B) Alan yöntemi

2.2.1.1.- KESİM YÖNTEMİ İLE KESİTTESİRLERİNİN HESABI

Bu yöntemde sistem kırık noktalarından yani yük değişim noktalarından kesilerek iki parçaya ayrılır. Tekil yüklerin buldukları noktaların hem sağından he solundan kesim yapılır. Daha az işlemin yapılacağı sistem parçası tercih edilerek denge denklemleri kullanılarak o noktadaki kesit tesiri değerleri hesaplanır. Hesaplanan bu değerler göz ölçeği ile grafik hale getirilir, bu grafiklere kesit tesiri diyagramları denir. Kesit tesiri diyagramları elemanın bu yükleme altında uğradığı şekil değişikliğinin de göstergesidir. Kesim yöntemi en doğru sonucu veren yöntemdir. Kesim yöntemi ile hesap yapılırken aşağıdaki işlem sırası takip edilir.

A- Mesnet reaksiyonları hesaplanır

B- Kesit tesiri diyagramlarının çizileceği alan hazırlanır

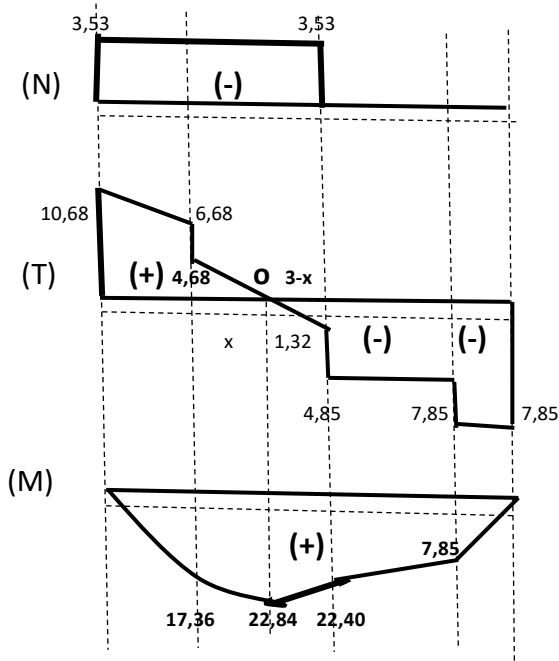
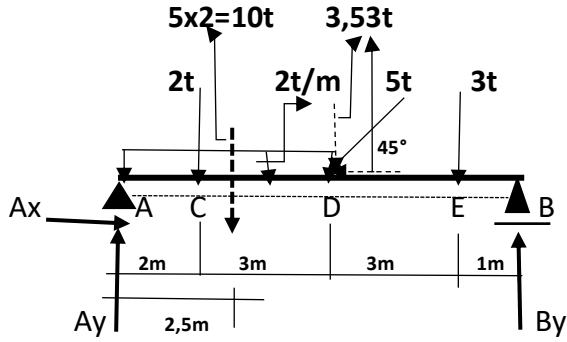
C- Kırık noktalardan yani yük değişim noktalarından kesimler yapılır.

D- Bu noktalarda oluşan iç kuvvetler işaretlenir ve denge denklemleri kullanılarak değerleri hesaplanır.

E- Bulunan değerler daha önce ayrılan diyagram alanına göz ölçeği kullanılarak çizilir.

Aşağıda kesim yöntemi kullanılarak yapılan sistem örnekleri görülmektedir.

ÖRNEK 4-



Yanda şekli ve yükleme durumu verilen Basit kirişin kesit tesiri diyagramlarını kesim yöntemini kullanarak çiziniz?

ÇÖZÜM 4-

Mesnet reaksiyonları hesabı (MR)

$$\Sigma x=0 \quad Ax-3,53=0 \quad Ax=3,53t$$

$$\Sigma y=0 \quad Ay-2-10-3,53-3+By=0$$

$$Ay+By=18,53$$

$$\Sigma Ma=0 \quad 2x2+10x2,5+3,53x5+3x8-Byx9=0$$

$$9xBy=4+25+17,65+24$$

$$9By=70,65 \quad By=\frac{70,65}{9}=7,85t$$

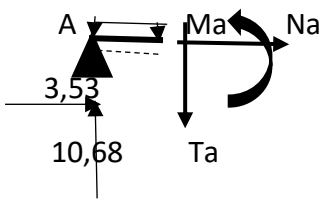
$$Ay+7,85=18,53 \quad Ay=18,53-7,85$$

$$Ay=10,68t$$

$$\frac{x}{3-x} = \frac{4,68}{1,32} \quad 1,32x=4,68x3-4,68xX$$

$$6x=14,04 \quad x=2,34m$$

A Noktası Kesimi



$$\Sigma x=0 \quad 3,53+Na=0$$

$$Na=-3,53t$$

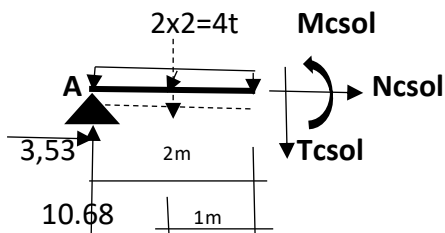
$$\Sigma y=0 \quad 10,68-Ta=0$$

$$Ta=10,68t$$

$$\Sigma Ma=0 \quad \text{Mesafe sıfır olduğundan}$$

$$Ma=0$$

C Noktası Sol Kesimi



$$\Sigma x=0 \quad 3,53+Ncsol=0$$

$$Ncsol=-3,53t$$

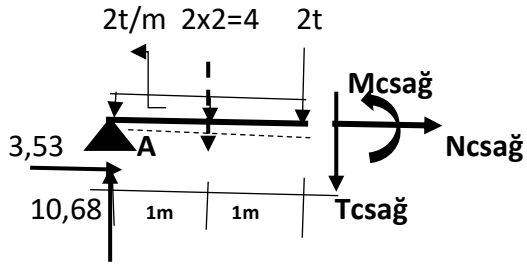
$$\Sigma y=0 \quad 10,68-4-Tcsol=0$$

$$Tcsol=6,68t$$

$$\Sigma Ma=0 \quad Mcsol+4.1-10,68x2=0$$

$$Mcsol=+17,36tm$$

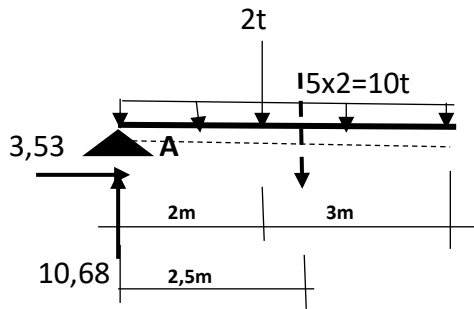
C Noktası Sağ Kesimi



$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad 3,53+N_{csağ}=0 \quad N_{csağ} &= -3,53t \\ \Sigma y=0 \quad 10,68-4-2-T_{csağ}=0 \quad T_{csağ} &= 4,68t \\ \Sigma M_{csağ} &= 17,36tm \end{aligned}$$

Bir noktanın sağı ve solunda momentler aynıdır.

D Noktası Sol Kesimi

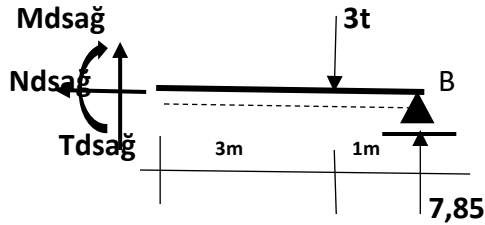


$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad 3,53+N_{dsol}=0 \quad N_{dsol} &= -3,53t \\ \Sigma y=0 \quad 10,68-2-10-T_{dsol}=0 \quad T_{dsol} &= -1,32t \end{aligned}$$

$$\Sigma M_D=0 \quad M_{dsol}+10 \times 2,5+2 \times 3-10,68 \times 5=0$$

$$M_{dsol}+25+6-53,4=0 \quad M_{dsol}=22,4tm$$

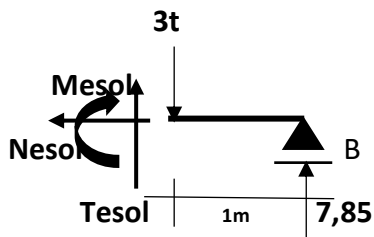
D Noktası Sağ Kesimi



$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad N_{dsağ} &= 0 \\ \Sigma y=0 \quad T_{dsağ}-3+7,85=0 \quad T_{dsağ} &= -4,85t \\ \Sigma M=0 \quad M_{dsağ}+3 \times 3-7,85 \times 4=0 \end{aligned}$$

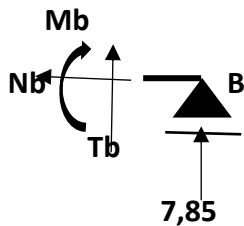
$$M_{dsağ}=22,4tm$$

E Noktası Sol Kesimi



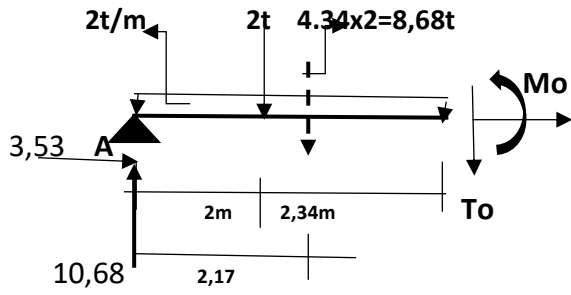
$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad N_{esol} &= 0 \\ \Sigma y=0 \quad T_{esol}-3+7,85=0 \quad T_{esol} &= 4,85t \\ \Sigma M=0 \quad M_{esol}-7,85 \times 1=0 \quad M_{esol} &= 7,85tm \end{aligned}$$

B Noktası Kesimi



$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad N_b &= 0 \\ \Sigma y=0 \quad T_b+7,85=0 \quad T_b &= -7,85t \\ \Sigma M=0 \quad M_b &= 0 \end{aligned}$$

O Noktası Kesimi



$$\Sigma x=0 \quad 3,53+N_o=0 \quad \mathbf{N_o=-3,53t}$$

$$\Sigma y=0 \quad 10,68-2-8,68-T_o=0 \quad \mathbf{T_o=0}$$

No Kesme kuvvetinin 0 olduğu noktada

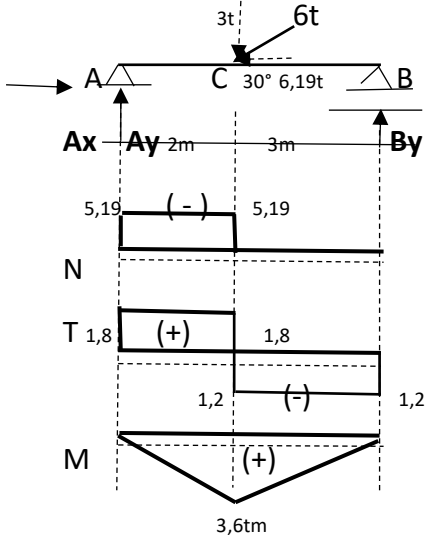
Moment maksimum olur.

$$\Sigma M=0 \quad M_o+8,68 \times 2,17+2 \times 2,34-10,68 \times 4,34=0$$

$$M_o+18,83+4,68-46,35=0 \quad \mathbf{M_o=22,84tm}$$

ÖRNEK: 5

Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen Basit kirişin M, N, T diyagramlarını çiziniz?



ÇÖZÜM 5

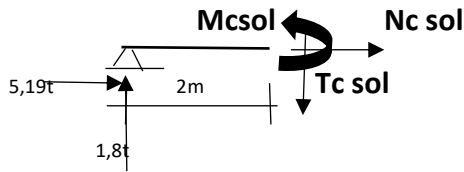
Mesnet reaksiyonları (MR)

$$\begin{aligned} + \rightarrow \Sigma x=0 \quad Ax-5,19=0 \quad \mathbf{Ax=5,19t} \\ + \uparrow \Sigma y=0 \quad Ay-3+By=0 \quad \mathbf{Ay+By=3} \\ + \curvearrowright \Sigma MA=0 \quad 3 \times 2 - By \times 5 = 0 \quad \mathbf{5 \times By=6} \\ \mathbf{By=1,2t} \quad \mathbf{Ay=1,8t} \end{aligned}$$

A noktası kesimi

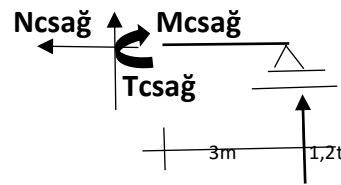
$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad 5,19+Na=0 \\ \mathbf{Na=-5,19t} \\ \Sigma y=0 \quad 1,8-Ta=0 \\ \mathbf{Ta=1,8t} \\ \Sigma Ma=0 \quad \mathbf{Ma=0} \end{aligned}$$

C noktası SOL taraf kesimi



$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad 5,19+N_{c \text{ sol}}=0 \quad \mathbf{N_{c \text{ sol}}=-5,19t} \\ \Sigma y=0 \quad 1,8-T_{c \text{ sol}}=0 \quad \mathbf{T_{c \text{ sol}}=1,8t} \\ \Sigma M_{c \text{ sol}}=0 \quad M_{c \text{ sol}}-1,8 \times 2=0 \quad \mathbf{M_{c \text{ sol}}=3,6tm} \end{aligned}$$

C noktası SAĞ taraf kesimi



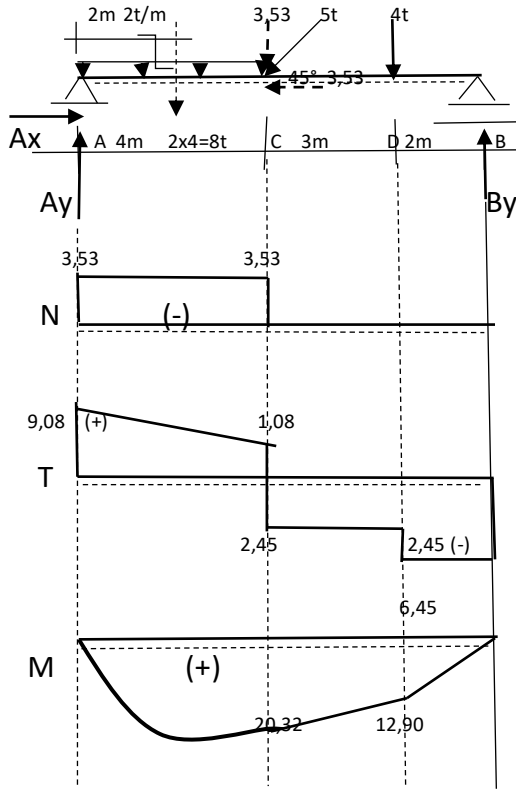
$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad \mathbf{N_{c \text{ sağ}}=0} \\ \Sigma y=0 \quad T_{c \text{ sağ}}+1,2=0 \quad \mathbf{T_{c \text{ sağ}}=-1,2t} \\ \Sigma M_{c \text{ sağ}}-1,2 \times 3=0 \quad \mathbf{M_{c \text{ sağ}}=3,6tm} \end{aligned}$$

B noktası kesimi

$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad \mathbf{Nb=0} \\ \Sigma y=0 \quad T_b+1,2=0 \quad \mathbf{T_b=-1,2t} \\ \Sigma M_b=0 \quad \mathbf{M_b=0} \end{aligned}$$

ÖRNEK:6

Aşağıda yükleme durumu ve şekli verilen Basit kirişin M, N, T diyagramlarını kesim Yöntemini kullanarak çiziniz?

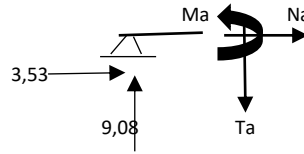


ÇÖZÜM: 6

Mesnet Reaksiyonları Hesabı

$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma x=0 \quad Ax-3,53 &=0 & \mathbf{Ax=3,53t} \\ \uparrow \Sigma y=0 \quad Ay-8-3,53-4+By &=0 & Ay+By=15,53 \\ \curvearrowright \Sigma Ma=0 \quad +8x2+3,53x4+4x7-Byx9 &=0 \\ & & 9xBy=58,12 & \mathbf{By=6,45t} \\ & & & \mathbf{Ay=9,08t} \end{aligned}$$

A Noktası kesimi

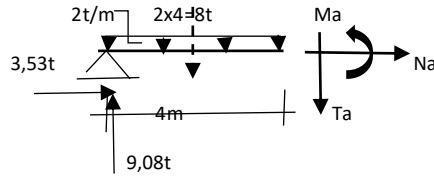


$$\Sigma x=0 \quad 3,53+Na=0 \quad Na=-3,53t$$

$$\Sigma y=0 \quad 9,08-Ta=0 \quad Ta=9,08t$$

$$\Sigma M=0 \quad Ma=0$$

C noktası SOL taraf kesimi



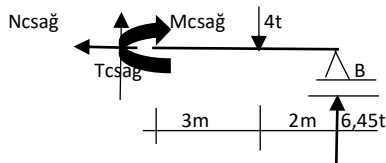
$$\Sigma x=0 \quad 3,53+Ncsol=0 \quad Ncsol=-3,53t$$

$$\Sigma y=0 \quad 9,08-8-Tcsol=0 \quad Tcsol=1,08t$$

$$\Sigma Mcsol=0 \quad Mcsol+8x2-9,08x4=0$$

$$Mcsol=20,32tm$$

C noktası SAĞ kesimi

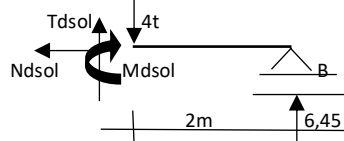


$$\Sigma x=0 \quad Ncsağ=0$$

$$\Sigma y=0 \quad Tcsağ-4+6,45=0 \quad Tcsağ=-2,45t$$

$$\Sigma M=0 \quad Mcsağ=20,32tm$$

D noktası SOL kesimi

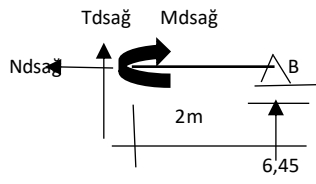


$$\Sigma x=0 \quad Ndsol=0$$

$$\Sigma y=0 \quad Tdsol-4+6,45=0 \quad Tdsol=-2,45t$$

$$\Sigma M=0 \quad Mdsol-6,45x2=0 \quad Mdsol=12,90tm$$

D noktası SAĞ kesim

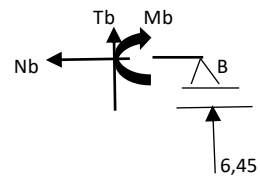


$$\Sigma x=0 \quad Ndsag=0$$

$$\Sigma y=0 \quad Tdsag=-6,45t$$

$$\Sigma M=0 \quad Mdsag=12,90tm$$

B noktası kesimi



$$\Sigma x=0 \quad Nb=0$$

$$\Sigma y=0 \quad Tb=-6,45t$$

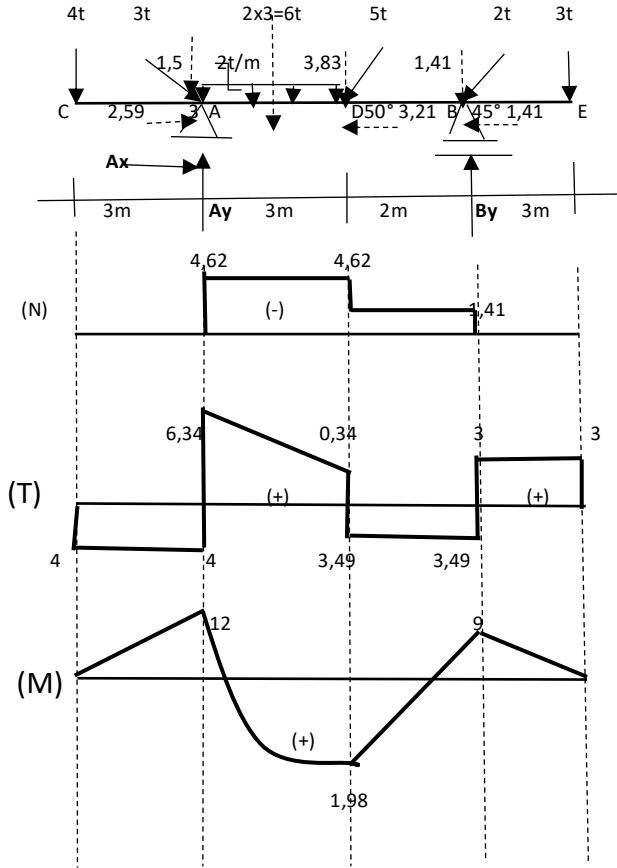
$$\Sigma M=0 \quad Mb=0$$

ÖRNEK:7

Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen

Çıkmalı kirişin M,N,T diyagramlarını

Kesim yöntemini kullanarak çiziniz?



ÇÖZÜM:7

Mesnet Reaksiyonları Hesabı

$$\Sigma x=0 \quad Ax+2,59-3,21-1,41=0 \quad Ax=2,03t$$

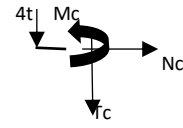
$$\Sigma y=0 \quad Ay+By-4-1,5-6-3,83-1,41-3=0$$

$$Ay+By=19,74$$

$$\Sigma Ma=0 \quad -4 \times 3+6 \times 1,5+3,83 \times 3+1,41 \times 5-By \times 5+3 \times 8=0$$

$$5 \times By=39,54 \quad By=7,90t \quad Ay=11,84t$$

C noktası kesimi

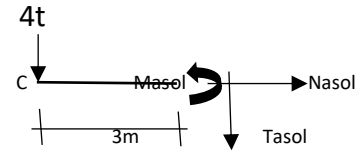


$$\Sigma x=0 \quad Nc=0$$

$$\Sigma y=0 \quad 4+Tc=0 \quad Tc=-4t$$

$$\Sigma M=0 \quad Mc=0$$

A noktası SOL kesimi

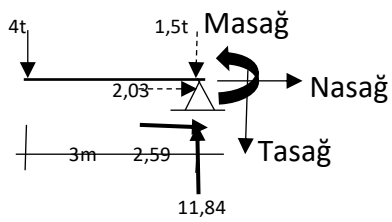


$$\Sigma x=0 \quad Nasol=0$$

$$\Sigma y=0 \quad 4+Tasol=0 \quad Tasol=-4t$$

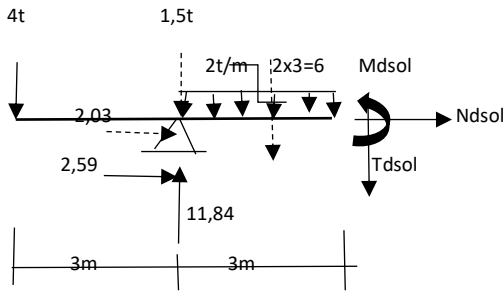
$$\Sigma M=0 \quad Masol+4 \times 3=0 \quad Masol=-12tm$$

A noktası SAĞ kesimi



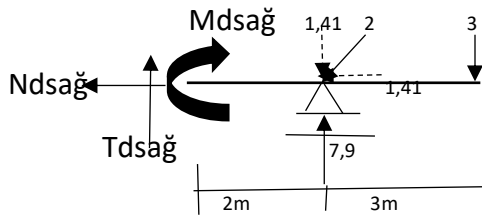
$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad N_{asağ} + 2,59 + 2,03 &= 0 & N_{asağ} &= -4,62t \\ \Sigma y=0 \quad 4 + 1,5 + T_{asağ} - 11,84 &= 0 & T_{asağ} &= 6,34t \\ \Sigma M=0 & & M_{asağ} &= -12tm \end{aligned}$$

D noktası SOL kesimi



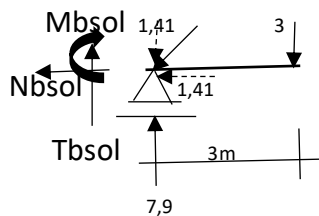
$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad 2,03 + 2,59 + N_{dsol} &= 0 & N_{dsol} &= -4,62t \\ \Sigma y=0 \quad 4 + 1,5 - 11,84 + 6 + T_{dsol} &= 0 & T_{dsol} &= 0,34 \\ \Sigma M=0 \quad M_{dsol} + 6 \times 1,5 + 1,5 \times 3 - 11,84 \times 3 + 4 \times 6 &= 0 & M_{dsol} &= 1,98tm \end{aligned}$$

D noktası SAĞ Kesimi



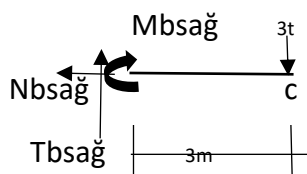
$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad N_{dsağ} + 1,41 &= 0 & N_{dsağ} &= -1,41t \\ \Sigma y=0 \quad T_{dsağ} + 7,9 - 1,41 - 3 &= 0 & T_{dsağ} &= -3,49t \\ \Sigma m=0 \quad M_{dsağ} + 1,41 \times 2 - 7,9 \times 2 + 3 \times 5 &= 0 & M_{dsağ} &= 1,98tm \end{aligned}$$

B noktası SOL kesimi



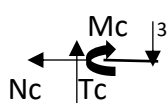
$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad N_{bsol} + 1,41 &= 0 & N_{bsol} &= -1,41t \\ \Sigma y=0 \quad T_{bsol} - 1,41 + 7,9 - 3 &= 0 & T_{bsol} &= -3,49t \\ \Sigma M=0 \quad M_{bsol} + 3 \times 3 &= 0 & M_{bsol} &= -9tm \end{aligned}$$

B noktası SAĞ kesimi



$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad N_{bsağ} &= 0 \\ \Sigma y=0 \quad T_{bsağ} - 3 &= 0 & T_{bsağ} &= 3t \\ \Sigma M=0 \quad M_{bsağ} &= -9tm \end{aligned}$$

C noktası kesimi



$$\begin{aligned} \Sigma x=0 \quad N_c &= 0 \\ \Sigma y=0 \quad T_c &= 3t \\ \Sigma m=0 \quad M_c &= 0 \end{aligned}$$

Yukarıdaki örnekten de anlaşılacağı üzere en doğru sonucu vermesine rağmen çok uzun bir çözüm yolu olan kesim yöntemi pek tercih edilmez. Ancak hatlı çözüm noktalarında doğru çözüme ulaşmak için başvurulan bir yöntemdir.

Bunun yerine statik çözümlerde daha hızlı ve kısa yoldan sonuca ulaşmamızı sağlayan yöntem olan alan yöntemi tercih edilir. Alan yöntemi diyagramlar arası ilişkilerden yararlanılarak ortaya çıkarılmıştır.

Bu çalışmada da yapılacak statik sistem çözümlerinde alan yöntemi anlatılacak ve kullanılacaktır.

2.2.1.2.- ALAN YÖNTEMİ

Statik sistemlerin çözümünde daha kısa olan bir çözüm yöntemidir. Alan yönteminin temelinde kesit tesiri diyagramlarının birbirleriyle olan ilişkileri bize yardımcı olmaktadır.

Bu yöntemle statik sistemler çözümlenirken aşağıda sıralanmış işlem basamakları takip edilir.

- a) Sistem üzerindeki yükler analiz edilir. Yani yükler denge denklemlerinde kullanmaya uygun hale getirilir.
- b) Sistemde bulunan mesnetlerin reaksiyonları işaretlenir.
- c) İşaretlenen mesnet reaksiyon kuvvetleri hesaplanır.
- d) Normal kuvvet diyagramı çizilirken, sistem üzerinde hayali kesimler yapılarak eksen el yönünde oluşacak normal kuvvet değerleri hesaplanır. Normal kuvvet diyagramı çizilirken sıfır çizgisi referans alındığında ve bakış yönü aşağıda olmak kaydıyla, sıfır çizgisinin üst kısmı negatif (-) bölgeyi, alt kısmı pozitif (+) bölgeyi gösterecektir.
- e) Kesme kuvveti diyagramı çizilirken, sistem üzerinde bulunan eksene dik yöndeki yükler bize yol göstererek kesintisiz ve kapalı bir diyagramın çizilmesine yardımcı olacaktır. Şöyle ki; Sistem üzerinde bulunan eksene dik yüklerin yönleri yönümüz şiddetleri de o noktalardaki kesme kuvvetleri değerlerini verecektir. Kesme kuvveti diyagramı çizilirken sıfır çizgisi referans alındığında ve bakış yönü aşağıda olmak kaydıyla, sıfır çizgisinin üst kısmı pozitif (+) bölgeyi, Alt kısmı negatif (-) bölgeyi gösterecektir.
- f) Moment diyagramları çizilirken, kesme kuvveti diyagramında ortaya çıkan kapalı geometrik alanlar işaretleriyle birlikte kümülatif olarak toplanır, elde edilen noktasal moment değerleri kullanılarak moment diyagramı çizilir.

Alan yöntemi ile sistem çözümleri yapılırken şu iki önemli hususa özellikle dikkat etmek gereklidir.

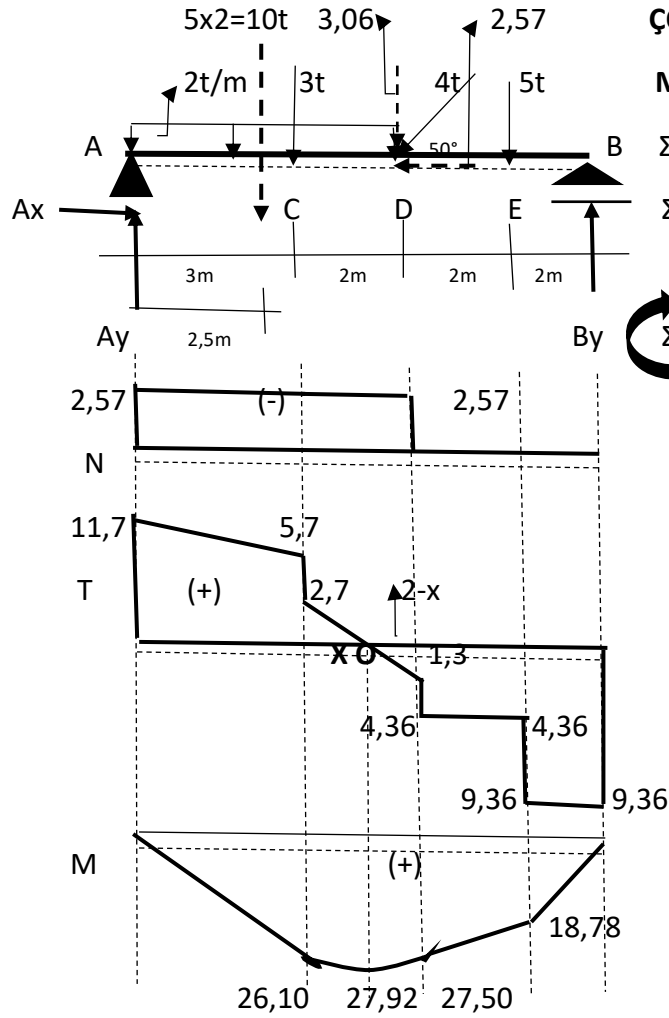
- a) Sistemin kesme kuvveti diyagramının çözüm sonucu kapalı alan olarak çözümlenip çizilmesi, sistemin tümünün doğru çözüldüğünü göstermez.
- b) Sistemin doğru olarak çözümlenip çizildiğinin en temel göstergesi, moment diyagramının kapalı alan olarak çözümlenip çizilmesiyle gerçekleşecek durumdur.
- c) Buradan yola çıkarak;” **Statikte yanlış hesap moment diyagramından döner**” diyebiliriz.

Aşağıda alan yöntemi kullanılarak yapılan statik sistem çözümleri görülmektedir.

3.- İZOSTATİK KİRİŞ ÖRNEK ÇÖZÜMLERİ

ÖRNEK 8-

Aşağıda yükleme durumu ve şekli verilen basit kirişin **M, N, T** diyagramlarını alan yöntemini kullanarak çiziniz?



ÇÖZÜM 5-

Mesnet reaksiyon Kuvvetleri hesabı

$$\Sigma x=0 \quad Ax-2,57=0 \quad Ax=2,57t$$

$$\Sigma y=0 \quad Ay-10-3-3,06-5+By=0$$

$$Ay+By=21,06$$

$$\Sigma Ma=0 \quad 10 \times 2,5 + 3 \times 3 + 3,06 \times 5 + 5 \times 7$$

$$-9 \times By=0$$

$$9 \times By=25+9+15,30+35$$

$$9 \times By=84,3 \quad By=9,36t$$

$$Ay=21,06-9,36=11,7t$$

O noktasının yeri

$$\frac{x}{2-x} = \frac{2,7}{1,3} \quad 1,3x=2 \times 2,7-2,7x$$

$$4x=5,4 \quad X=1,35$$

Moment değerleri hesapları

$$Ma=0$$

$$Mc=0+\frac{11,7+5,7}{2} \times 3=26,10tm$$

$$Mo=+26,10+\frac{2,7 \times 1,35}{2}=27,92tm$$

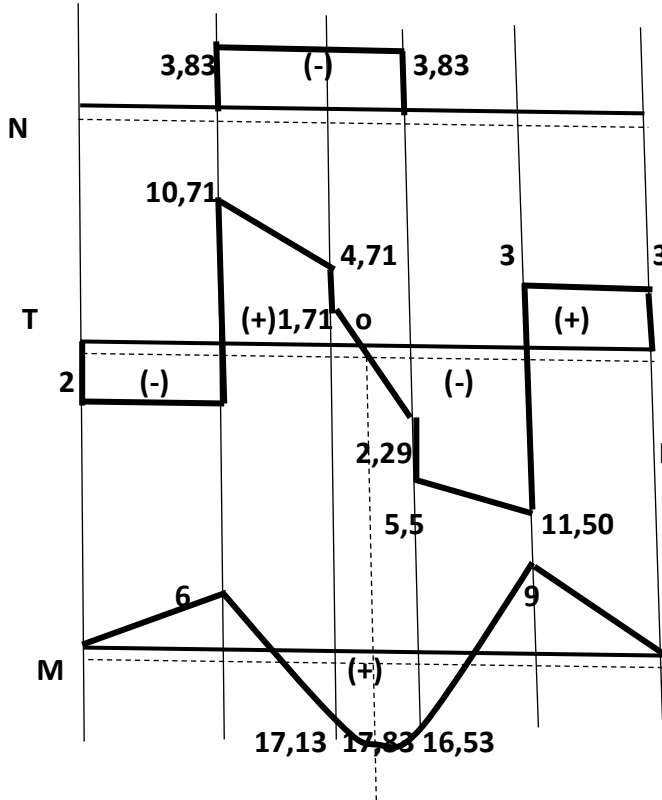
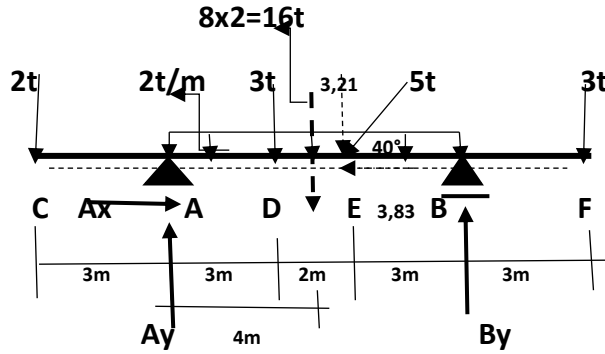
$$Md=27,92-\frac{0,65 \times 1,3}{2}=+27,50tm$$

$$Me=27,5-4,36 \times 2=+18,78tm$$

$$Mb=18,78-9,36 \times 2=0$$

ÖRNEK 9-

Aşağıda yükleme durumu ve şekli verilen çıkmalı kirişin **MNT** diyagramlarını alan metodunu kullanarak çiziniz?



ÇÖZÜM 6-

Mesnet Reaksiyonları

$$\Sigma x=0 \quad Ax-3,83=0 \quad Ax=3,83t$$

$$\Sigma y=0 \quad Ay-2-3-16-3,21+By-3=0$$

$$Ay+By=27,21$$

$$\Sigma Ma=0 \quad -2 \times 3 + 3 \times 3 + 16 \times 4$$

$$3,21 \times 5 - By \times 8 + 3 \times 11 = 0$$

$$8By = -6 + 9 + 64 + 16,05 + 33$$

$$By=14,5t \quad Ay=12,71t$$

Moment Hesapları

$$Mc=0$$

$$Ma=0-2 \times 3=-6tm$$

$$Md=-6+\frac{10,71+4,71}{2} \times 3 = +17,13tm$$

O noktasının yeri

$$\frac{x}{2-x} = \frac{1,71}{2,29} \quad 2,29x=2 \times 1,71-1,71x$$

$$4x=3,42 \quad x=0,85m$$

$$Mo=+17,13+\frac{1,71 \times 0,85}{2} = 17,85tm$$

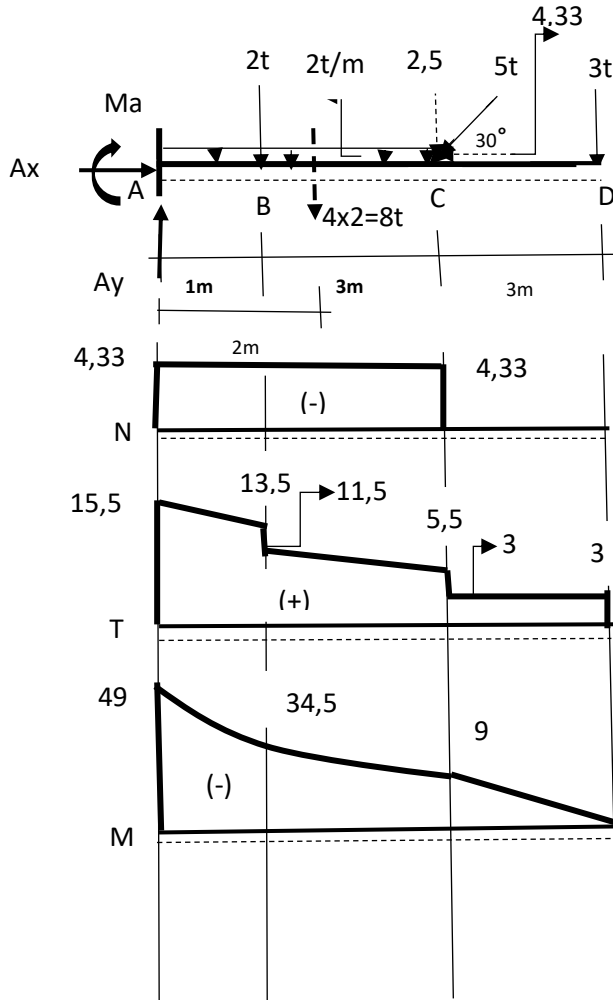
$$Me=17,85-\frac{2,29 \times 1,15}{2} = 16,53tm$$

$$Mb=16,53-\frac{5,5+11,5}{2} \times 3 = -8,97tm$$

$$Mf = -8,97+3 \times 3=0$$

ÖRNEK 10-

Aşağıda yükleme durumu verilen konsol kirişin **MNT** diyagramlarını alan metodunu kullanarak çiziniz?



ÇÖZÜM

MESNET REAKSİYONLARI

$$\sum x=0 \quad A_x - 4,33 = 0$$

$$A_x = 4,33t$$

$$\sum y=0 \quad A_y - 2 - 8 - 2,5 - 3 = 0$$

$$A_y = 15,5t$$

$$\sum M=0 \quad M_a + 2 \times 1 + 8 \times 2 + 2,5 \times 4 + 3 \times 7 = 0 \quad M_a = -49tm$$

MOMENT DEĞERLERİ

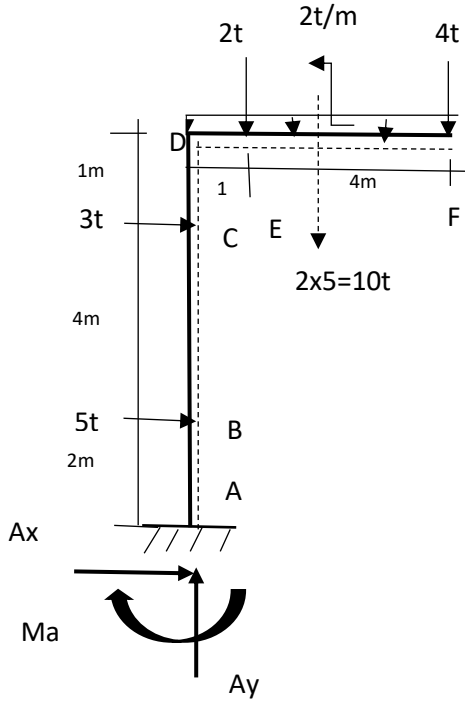
$$M_a = -49tm$$

$$M_b = -49 + ((15,5 + 13,5)/2) \times 1 = -34,5tm$$

$$M_c = -34,5 + ((11,5 + 5,5)/2) \times 3 = -9tm$$

$$M_d = -9 + (3 \times 3) = 0$$

ÖRNEK 11- Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen kırıklı kirişin **MNT** diyagramlarını alan metodunu kullanarak çiziniz?



ÇÖZÜM 8-

MESNET REAKSİYONLARI HESABI

$$\Sigma x=0 \quad Ax+5+3=0 \quad Ax=-8t$$

$$\Sigma y=0 \quad Ay-2-10-4=0 \quad Ay=16t$$

$$\Sigma Ma=0 \quad Ma+5x2+3x6+2x1+10x2,5+4x5=0 \quad Ma=-75tm$$

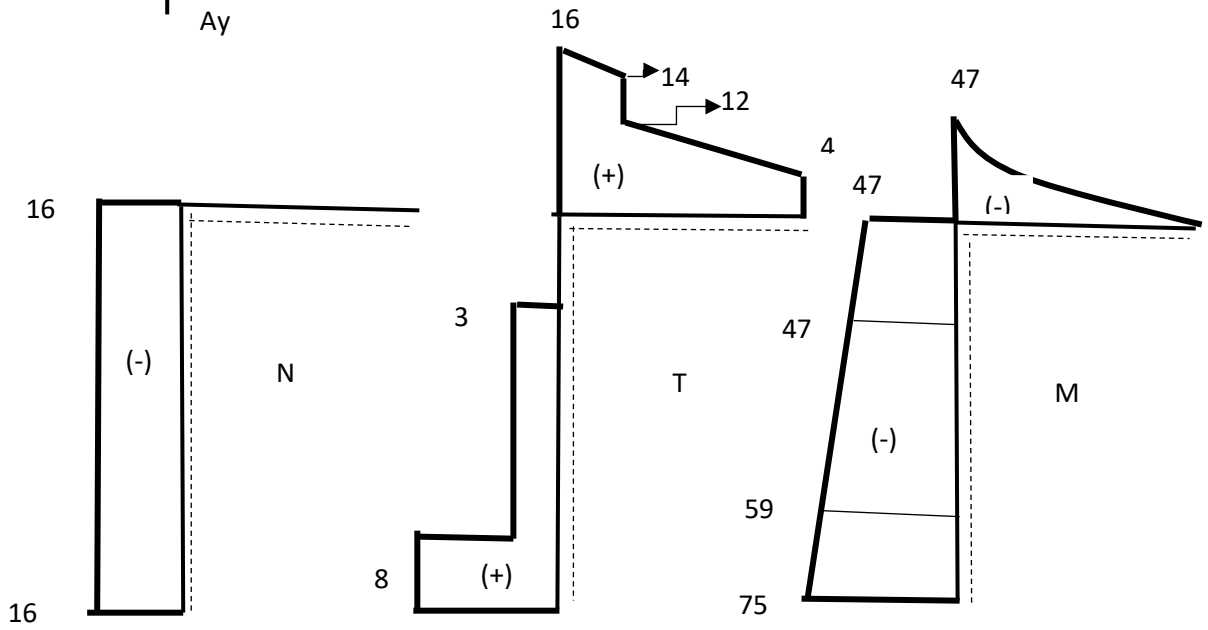
MOMENT NOKTALARI HESABI

$$Ma=-75tm \quad Mb=-75+8x2=-59tm \quad Mc=-59+4x3=-47tm$$

$$Mda=-47tm \quad Mdü=-47tm$$

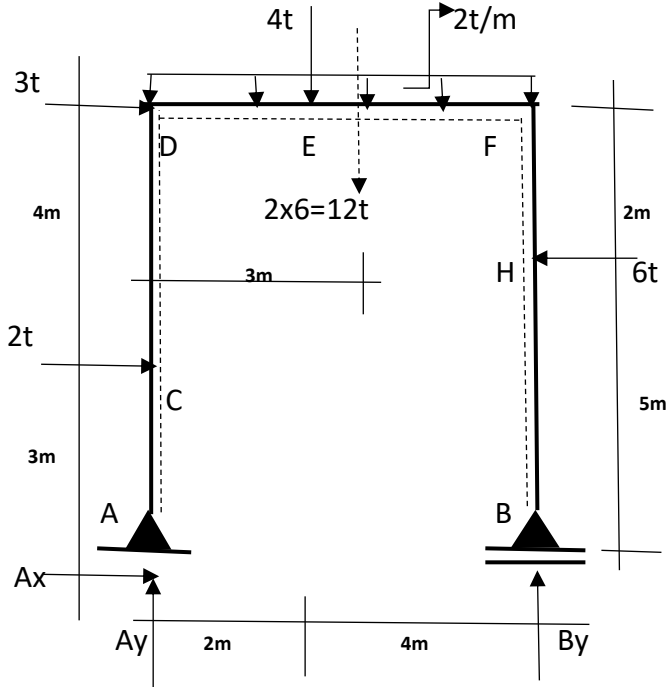
$$Me=-47+((16+14)/2)1=-32tm$$

$$Mf=-32+((12+4)/2)4=0$$



4.- ÇERÇEVE ÖRNEK ÇÖZÜMLERİ

SORU 12- Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen izostatik çerçevenin **MNT** diyagramlarını alan yöntemini kullanarak çiziniz?



ÇÖZÜM 9-

MESNET REAKSİYONLARI

$$\Sigma x=0 \quad Ax+2+3-6=0 \quad \mathbf{Ax=1t}$$

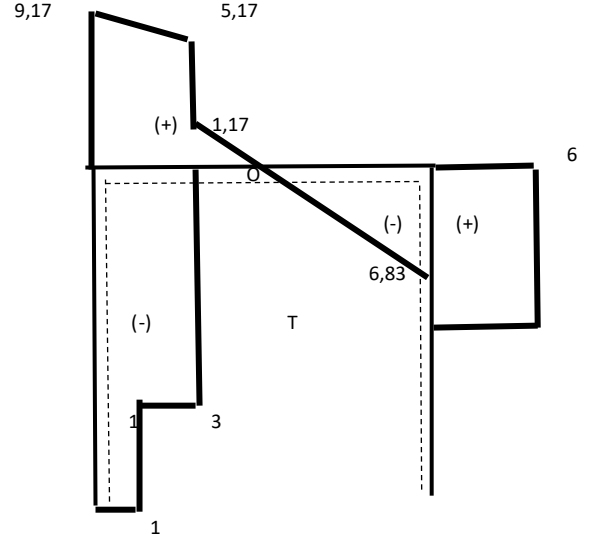
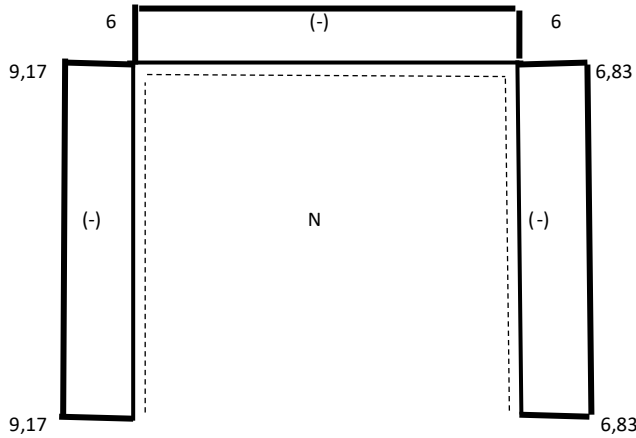
$$\Sigma y=0 \quad Ay+By-4-12=0 \quad Ay+By=16$$

$$\Sigma Ma=0 \quad 2x3+3x7+4x2+12x3-6x5-Byx6=0$$

$$6xBy=41 \quad \mathbf{By=6,83t} \quad \mathbf{Ay=9,17t}$$

$$(x/4-x)=1,17/6,83$$

$$\mathbf{X=0,58}$$



MOMENT HESAPLARI

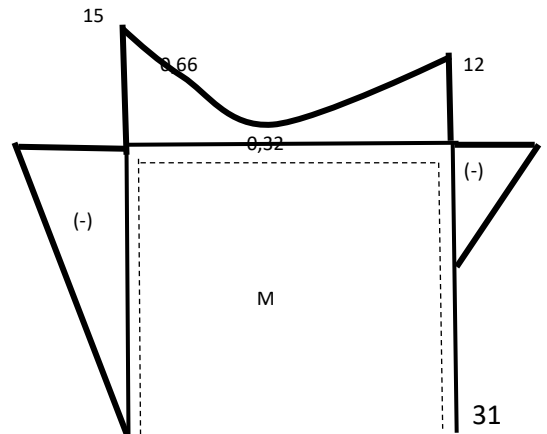
$$Ma=0 \quad Mc=-1x3=3tm \quad Mdalt=-3-3x4=-15tm$$

$$Mdüst=-15tm \quad Me=-15+(((9,17+5,17)/2)x2)=-0,66tm$$

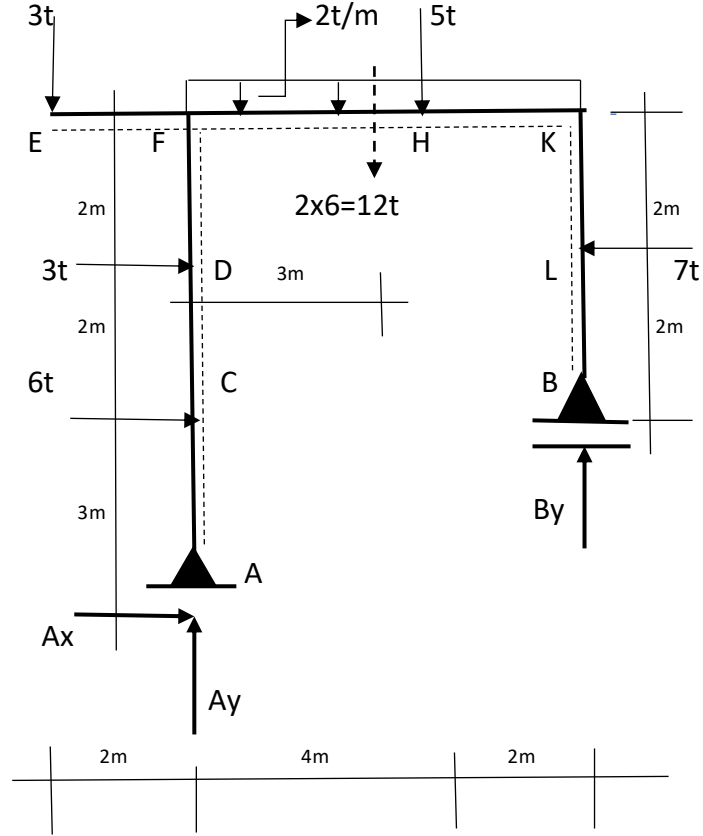
$$Mo=-0,66+((0,58x1,17)/2)=-0,32tm$$

$$Mfüst=-0,32-((3,42x6,83)/2)=-12tm$$

$$Mfalt=-12tm \quad Mh=-12+(6x2)=0$$



ÖRNEK 13- Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen izostatik çerçevenin **MNT** diyagramlarını alan metodunu kullanarak çiziniz?



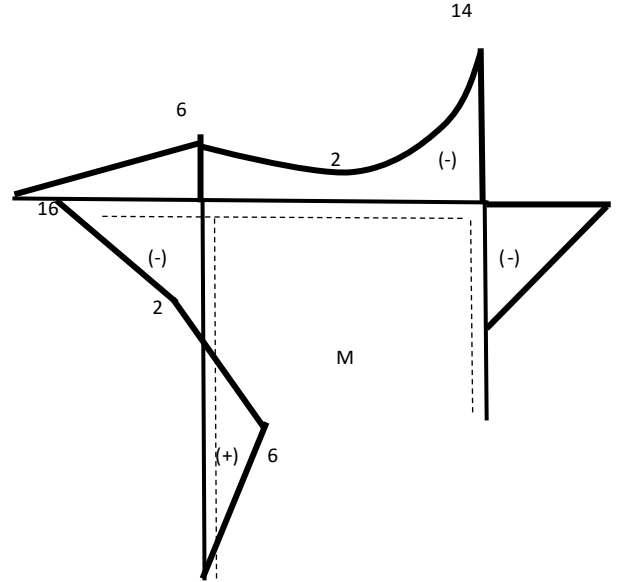
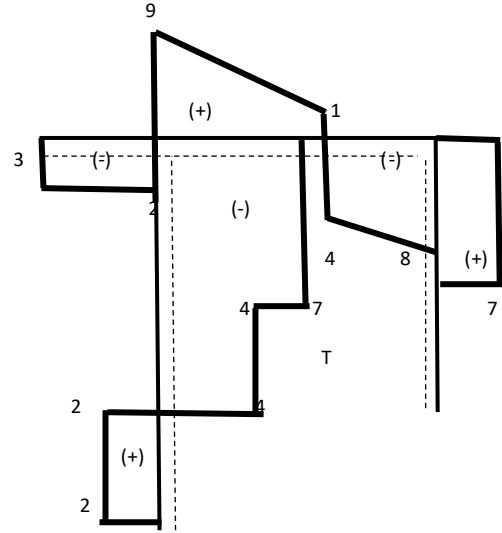
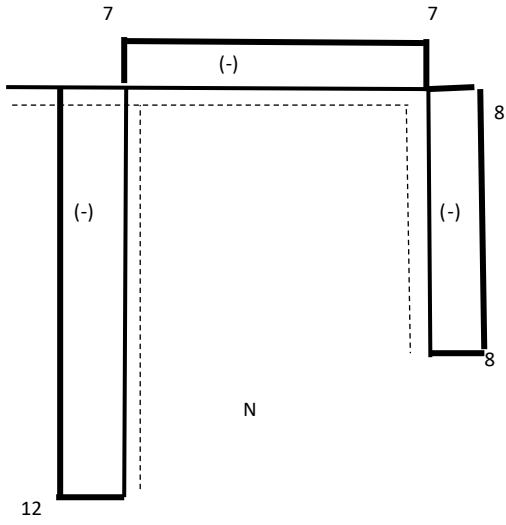
MESNET REAKSİYONLARI HESABI

$$\Sigma X=0 \quad Ax+6+3-7=0 \quad \mathbf{Ax=-2t}$$

$$\Sigma y=0 \quad Ay-3-12-5+By=0 \quad \mathbf{Ay+By=20t}$$

$$\Sigma Ma=0 \quad 6 \times 3 + 3 \times 5 - 3 \times 2 + 12 \times 3 + 5 \times 4 - 7 \times 5 - By \times 6 = 0$$

$$6 \times By = 48 \quad \mathbf{By=8t} \quad \mathbf{Ay=20-8=12t}$$



MOMENT HESAPLARI

$$M_a=0$$

$$M_c=0+2 \times 3=+6 \text{ tm}$$

$$M_d=+6-(4 \times 2)=-2 \text{ tm}$$

$$M_{\text{falt}}=-2-(7 \times 2)=-16 \text{ tm}$$

$$M_e=0$$

$$M_{\text{fsol}}=-(3 \times 2)=-6 \text{ tm}$$

NOT: Üçlü düğüm noktalarında 3. Noktanın momenti bulunurken kesim veya moment yön dengelemesi yapılmalıdır.

$$M_{\text{fsağ}}=-22 \text{ tm}$$

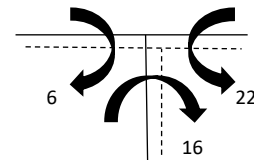
$$M_h=-22+\left(\frac{9+1}{2}\right) \times 4=-2 \text{ tm}$$

$$M_{\text{küst}}=-2-\left(\frac{4+8}{2}\right) \times 2=-14 \text{ tm}$$

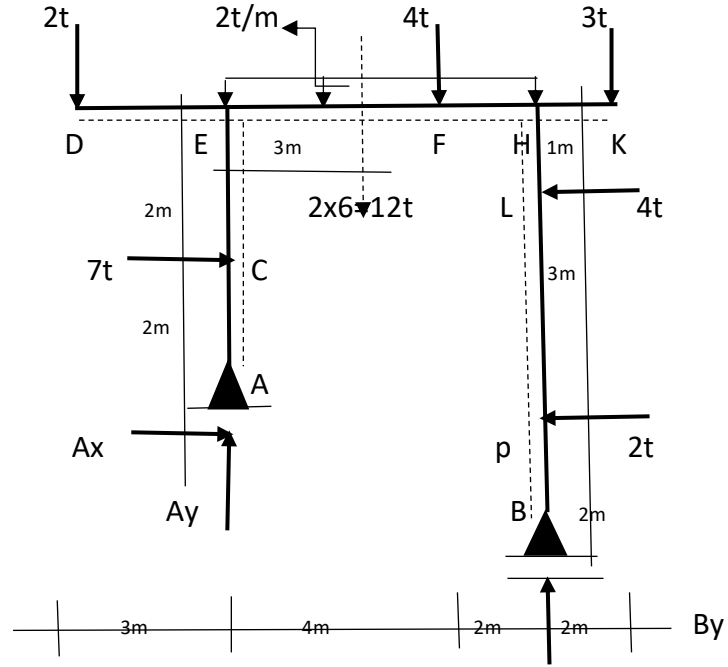
$$M_{\text{kalt}}=-14$$

$$M_l=-14+(7 \times 2)=0$$

DÜĞÜM NOKTASI MOMENT DENGELMESİ



ÖRNEK 14- Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen izostatik çerçevenin **MNT** diyagramlarını alan metodunu kullanarak çiziniz?



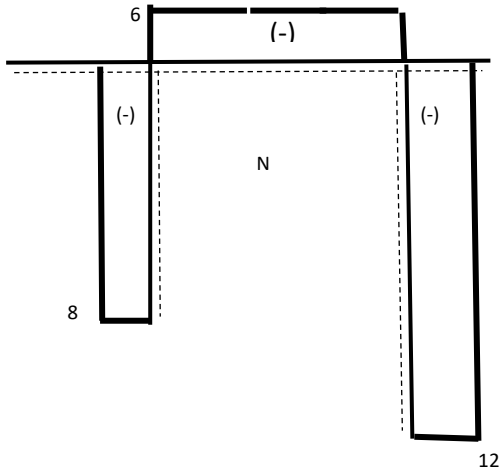
MESNET REAKSİYONLARI HESABI

$$\Sigma X=0 \quad Ax+7-4-2=0 \quad \mathbf{Ax=-1t}$$

$$\Sigma y=0 \quad Ay-2-12-4+By-3=0 \quad Ay+By=21t$$

$$\Sigma Ma=0 \quad +(7 \times 2)-(2 \times 3)+(12 \times 3)+(4 \times 4)+(3 \times 8)-(4 \times 3)-(By \times 6)=0$$

$$6 \times By=72 \quad \mathbf{By=12t} \quad \mathbf{Ay=21-12=9t}$$



O Noktasının Yeri

$$((x/(4-x))=7/1$$

$$1x=28-(7x) \quad x=3,5m$$

MOMENT HESAPLARI

$$Ma=0$$

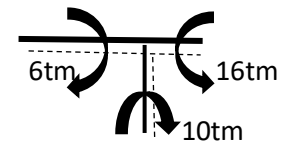
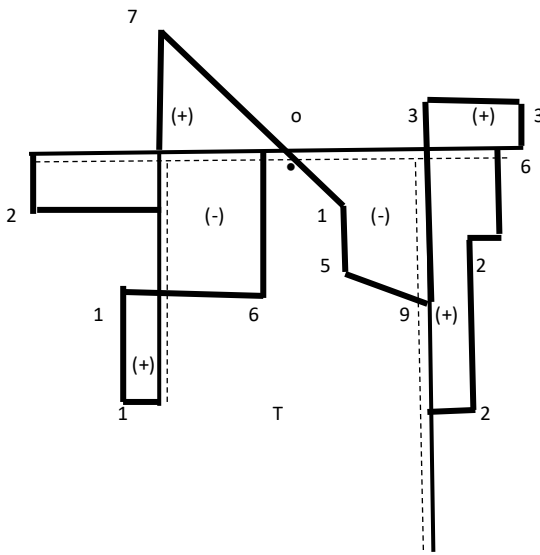
$$Mc=0+(1x2)=+2tm$$

$$Mea=+2-(6x2)=-10tm$$

$$Md=0$$

$$Mesol=0-(2x3)=-6tm$$

$$Meü=-16tm$$



$$Mo=-16+((7x3,5)/2)=-3,75tm$$

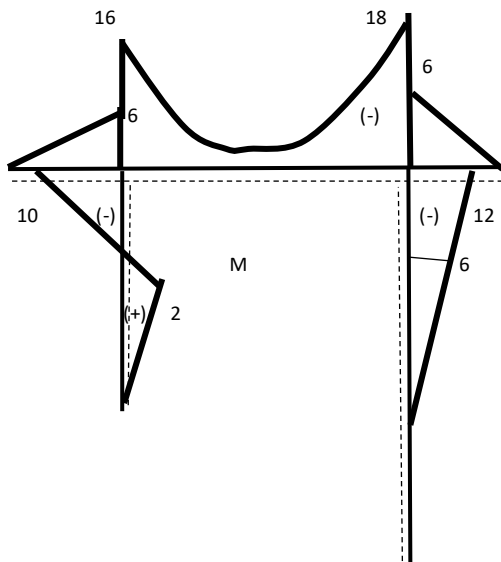
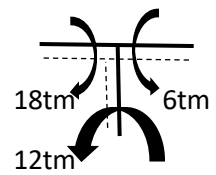
$$Mf=-3,75-((0,5x1)/2)=-4tm$$

$$Mhsol=-4-(((5+9)/2)x2)=-18tm$$

$$Mk=0$$

$$Mhsağ=-((2x3)=-6$$

$$Mhalt=-12$$



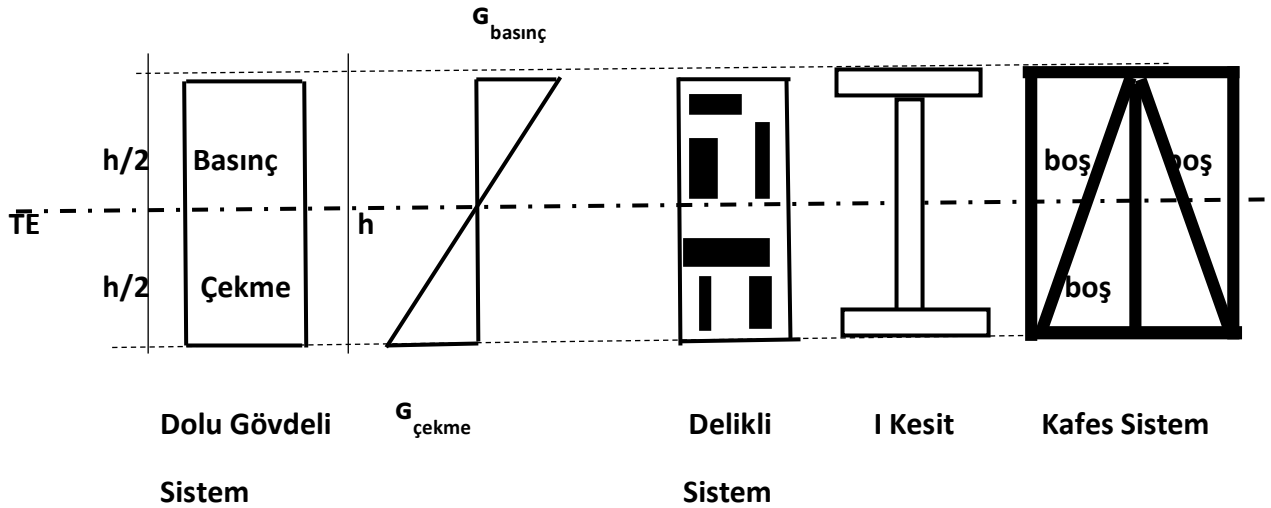
$$Ml=-12+(6x1)=-6tm$$

$$Mp=-6+(2x3)=0$$

$$Mb=0$$

5.-KAFES SİSTEMLER

Taşıyıcı sistemlerin açıklıkları arttıkça taşıyıcı elemanların zati ağırlıklarının artmasından dolayı, dolu gövdeli sistemler ekonomik olmazlar. **AÇIKLIK; Kirişin iki mesnedi arasındaki akslar arası mesafedir.** Bu durumda açıklığı fazla olan sistemlerin başka şekillerde çözülmesi gerekliliği ortaya çıkar. Bu gereklilik kafes sistemleri gündeme getirir ve dolu gövdeli sistemlerin yerini kafes sistemler alır. Taşıyıcı sistemlerde taşıyıcı elemanın gövdesinin genellikle ortasından geçen tarafsız eksenin üst ve alt kısmında oluşan gerilmelerin, tarafsız eksenenden uzaklaştıkça arttığı tarafsız eksene yaklaştıkça azaldığı görülecektir. Bu nedenle dolu gövdeli sistemlerin gövdesinde tarafsız eksene yakın kısımların alınmasında herhangi bir sakınca olmadığı anlaşılmaktadır. Açıklıkların artması ile kesit büyüklüklerinin artması, dolayısıyla zati ağırlığın artması demektir. Gerilmelerin karşılanmasına yardımcı olmayan gövdedeki bu kısımların alınarak zati ağırlığın azaltılmasında statik ve ekonomik fayda vardır. Yukarıda anlatılmaya çalışılan durum aşağıda şekilsel olarak ortaya konmaktadır.



Buradan yola çıkarak I kesitli sistemler, delikli sistemler veya çubuk sistemler dediğimiz kafes sistemler ortaya çıkarılır.

Kafes sistemler yalnız normal kuvvetleri taşıyarak doğru eksenli çubukların düğüm noktalarında eksenleri çakışacak şekilde birleştirilmesi ile oluşturulurlar. Çubuklar sürtünmesiz bir mafsallık ile birbirlerine bağlanırlar. **MAFSAL; Düşey yönde hareketi kısıtlı olan, ancak yatay ve dönme yönünde hareketi serbest olan bir bağlantı şeklidir.** Uygulamada düğüm noktalarında mafsallar mevcut değildir. Çelik inşaatlarda mafsal yerine perçinli, bulonlu veya kaynaklı birleşimler yapılmaktadır.

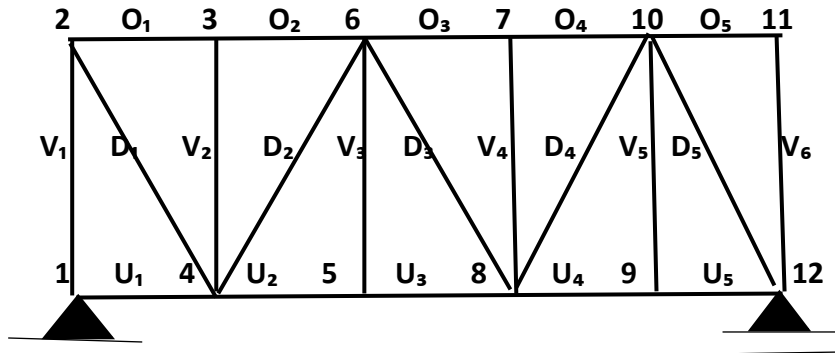
Düğüm noktalarının uygulamada mafsallık olmamasından dolayı sistemde eğilme momentleri dolayısıyla ilave gerilmeler meydana gelir, bunlara parazit gerilmeler denir. Parazit gerilmelerin büyük olmaması için kafes sistemler oluşturulurken aşağıdaki kurallara dikkat edilmelidir.

5.1.- KAFES SİSTEMLERİN OLUŞTURULMASI SIRASINDA UYULMASI GEREKLİ KURALLAR

- 1- Çubuklar arası açılar 30°den az olmamalıdır.
- 2- Çubuk eksenleri doğru olmalıdır.
- 3- Çubukların eksenleri ve dış kuvvetler aynı düzlem içinde olmalıdır.
- 4- Dış kuvvetler düğüm noktalarına etki ettirilmelidir.

5.2.- KAFES SİSTEMLERDE DÜĞÜM NOKTALARININ VE ÇUBUKLARIN İSİMLENDİRİLMESİ

Kafes sistemlerin statik çözümü sırasında çözümde evrensellik adına düğüm noktalarına numara ve çubuklara buldukları konum ile özdeş isimler ve bu isimleri simgeleyen harf notasyonları verilmelidir. Bu notasyonlar aşağıda görülmektedir.



- O** simgeli çubuklar **Üst Başlık** çubuklarıdır
V simgeli çubuklar **Dik** çubuklardır
D simgeli çubuklar **Diyagonal** çubuklardır
U simgeli çubuklar **Alt Başlık** çubuklarıdır

5.3.- KAFES SİSTEMLERDE İZOSTATİKLİK VE STABİLİTE ŞARTI

Kafes sistemlerin çubuklarında eğilme momentleri ve kesme kuvvetleri 0 dır, yalnız normal kuvvetler vardır. Bunlara çubuk kuvvetleri denir.

Düğüm noktaları sayısı d ile,

Mesnet reaksiyonları sayısı r ile,

Çubuk sayısı $\ç$ ile, simgeleştirilir.

Her çubukta bilinmeyen olarak **1** çubuk kuvveti olduğuna göre mesnet reaksiyonlarıyla birlikte bilinmeyen sayısı;

$r+\ç$ dir.

Buradan hareketle kafes sistemin izostatik olabilmesi için;

$$2d=r+\ç$$

Denklemini sağlaması gereklidir. Bu tek başına yeterli değildir, kafes sistemler birbirine bitişik üçgenlerden meydana gelmelidir. Bu da stabilite şartıdır. O halde kafes sistemin çözülebilmesi için hem **izostatik** hem de **stabil** olması gereklidir.

Eğer, $2d=r+\ç$ ise sistem **izostatiktir**,

Eğer, $2d<r+\ç$ ise sistem **hiperstatiktir**,

Eğer, $2d>r+\ç$ ise sistem **labildir**.

“STABİL;Sistemin taşıyıcı olduğunu gösteren bir ifadedir.”

“LABİL;Sistemin taşıyıcı olmadığını gösteren bir ifadedir.”

5.4.- KAFES SİSTEM ÇEŞİTLERİ

Uygulamada karşımıza 2 tip kafes sistem çıkar.

- a) Düzlemsel yani iki boyutlu kafes sistemler
- b) Uzaysal yani üç boyutlu kafes sistemler

Bu seviyede burada **düzlemsel kafes sistemler** incelenecektir. Bu tip kafes sistemlerin çözümleri yapılacaktır.

5.5.-KAFES SİSTEMLERİN ÇÖZÜMÜ

Kafes sistemlerin çözümü hem analitik hem de grafik metotlar kullanılarak yapılabilir.

Analitik olarak iki tip çözüm yapılabilir.

- a) Düğüm noktaları metodu
- b) Kesim (Ritter) metodu

Grafik olarak iki tip çözüm metodu vardır.

- a) Cromena metodu
- b) Culman metodu

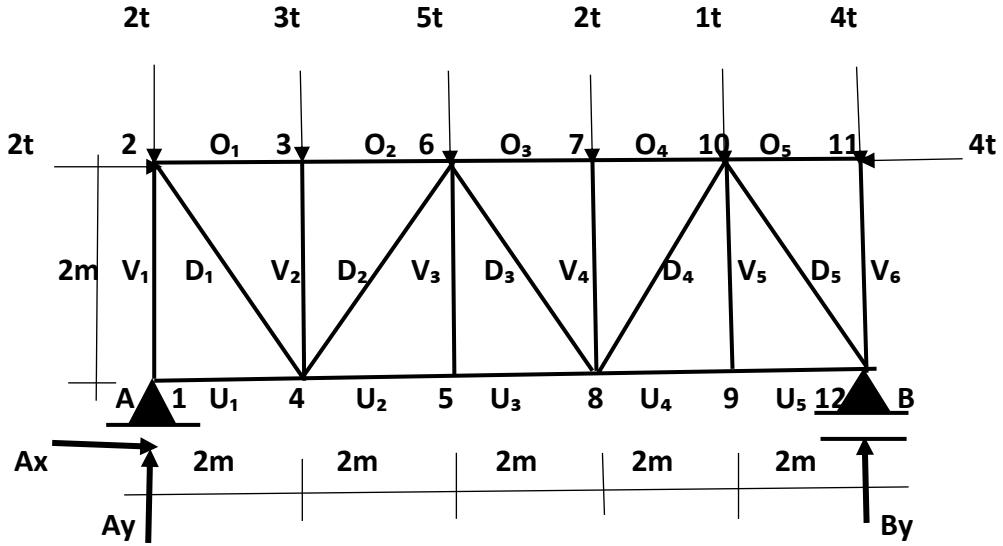
Bu seviyede burada analitik metotlar incelenecek ve çözümler yapılacaktır.

5.5.1.- DÜĞÜM NOKTALARI METODU İLE ÇÖZÜM

Kafes sistemlerin analitik olarak düğüm noktaları metodu ile çözümünde uygulanacak çözüm yolu sırasıyla aşağıda verilmektedir.

- 1- Çubuklar isimlendirilir, düğüm noktaları numaralandırılır.
- 2- Mesnet reaksiyon kuvvetleri işaretlenir.
- 3- İzostatiklik ve stabilite şartına bakılır.
- 4- Eğer izostatik ve stabil ise mesnet reaksiyonları hesaplanır. Kirişlerden bilinen yöntemle denge denklemlerinden faydalanılarak
- 5- En az çubuğa sahip düğüm noktasından çözüme başlanır. Buradaki temel felsefe çözülecek düğüm noktasında bulunan çubuklarda maksimum 2 bilinmeyen olmasına dikkat edilmesidir.
- 6- Çözümde düğüm noktasında değeri bilinmeyen çubuklar çekme yönünde kabul edilmelidir. **“Çekme yönü düğüm noktasından uzaklaşan yön, Basınç yönü düğüm noktasına yaklaşan yöndür.”**
- 7- Oluşan sistemde $\Sigma x=0$ ve $\Sigma y=0$ denklemleri kurularak bilinmeyen çubuk değerleri hesaplanır.
- 8- Hesaplanmış yani değeri bilinen çubuk kuvvetleri bir sonraki düğüm noktasına olduğu gibi aktarılır ve hesaplar zincirleme şekilde devam eder.
- 9- Değeri bulunan çubukların değerleri ve nitelikleri oluşturulan çubuk kuvvetleri tablosuna işlenir.
- 10- Son düğüm noktasına gelindiğinde, $\Sigma x=0$ ve $\Sigma y=0$ denge denklemleri elde edilmelidir.
- 11- Elde edilmişse çözüm doğru yapılmış demektir, aksi durumda sondan başlayarak tekrar çözüm gerçekleştirilmeli ve doğru sonuçlar elde edilmelidir.

ÖRNEK 15.- Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen kafes kirişi düğüm noktaları metodunu kullanarak çözünüz. Çubuk kuvvetleri tablosunu oluşturunuz?



ÇÖZÜM 12.-

İzostatiklik ve Stabilité şartı

$$2d=r+\ç$$

$$2 \times 12 = 3 + 5 + 6 + 5 + 5$$

24=24 olduğundan ve sistemimiz üçgenlerden oluştuğundan izostatik ve stabildir.

Bundan dolayı çözüm vardır.

Mesnet Reaksiyonları Hesabı

$$\sum x=0 \quad Ax+2-4=0 \quad Ax=2t$$

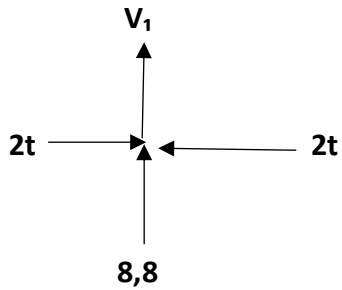
$$\sum y=0 \quad Ay-2-3-5-2-1+By=0 \quad Ay+By=17$$

$$\sum Ma=0 \quad +(2 \times 2)+(3 \times 2)+(5 \times 4)+(2 \times 6)+(1 \times 8)+(4 \times 10)-(4 \times 2)-(By \times 10)=0$$

$$10 \times By=82 \quad By=8,2t \quad Ay=8,8t$$

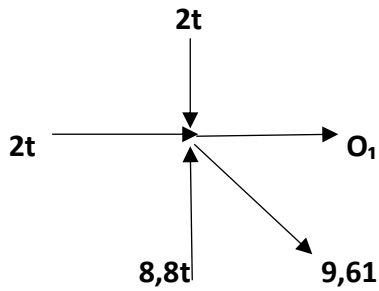
Düğüm Noktalarının Çözümü

1 Nolu Düğüm Noktası



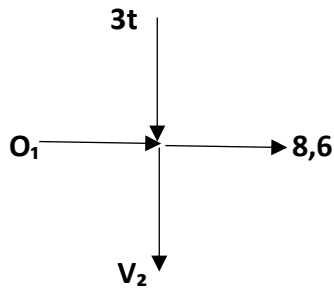
$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad 2-2=0 & \quad \mathbf{0=0} \\ \Sigma y=0 & \quad V_1+8,8=0 & \quad \mathbf{V_1=-8,8(B)}\end{aligned}$$

2 Nolu Düğüm Noktası



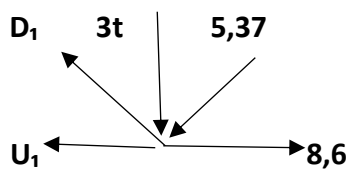
$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad 2+O_1+(9,61 \times \cos 45)=0 \\ & \quad \mathbf{O_1=-8,8t(B)} \\ \Sigma y=0 & \quad -2+8,8-(9,61 \times \sin 45)=0 \\ & \quad \mathbf{0=0}\end{aligned}$$

3 Nolu Düğüm Noktası



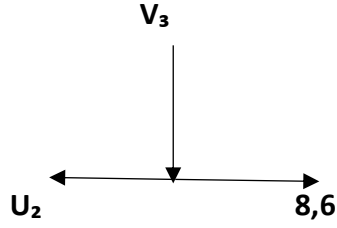
$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad 2+O_2=0 & \quad \mathbf{O_2=-8,6t(B)} \\ \Sigma y=0 & \quad 3+V_2=0 & \quad \mathbf{V_2=-3t(B)}\end{aligned}$$

4 Nolu Düğüm Noktası



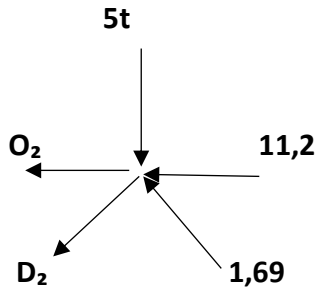
$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad 8,6-(5,37 \times \cos 45)-(D_1 \times \cos 45)-U_1=0 \\ \Sigma y=0 & \quad 3+(5,37 \times \sin 45)-(D_1 \times \sin 45)=0 \\ & \quad D_1=+(6,8 / \sin 45) & \quad \mathbf{D_1=+9,61t(C)} \\ & \quad 8,6-(5,37 \times \cos 45)-(9,61 \times \cos 45)-U_1=0 \\ & \quad \mathbf{U_1=-2t(B)}\end{aligned}$$

5 Nolu Dügüm Noktası



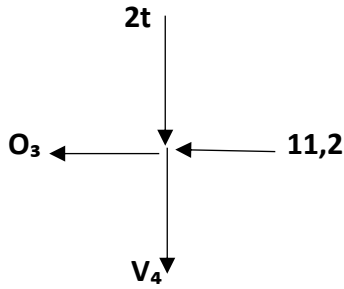
$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad 1,6-U_3=0 & \quad \mathbf{U_2=+8,6t(\zeta)} \\ \Sigma y=0 & & \quad \mathbf{V_3=0}\end{aligned}$$

6 Nolu Dügüm Noktası



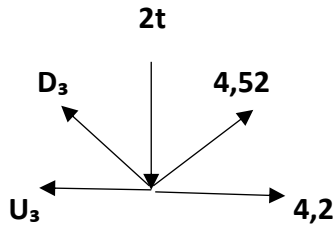
$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad 11,2+O_2+(D_2\cos 45)+(1,69\cos 45)=0 \\ \Sigma y=0 & \quad 5-(1,69\sin 45)+(D_2\sin 45)=0 \\ & \quad D_2=-(3,8/\sin 45) & \quad \mathbf{D_2=-5,37t(B)} \\ & \quad 11,2+O_2+(-1,69\sin 45)-3,8=0 & \quad \mathbf{O_2=-8,6t(B)}\end{aligned}$$

7 Nolu Dügüm Noktası



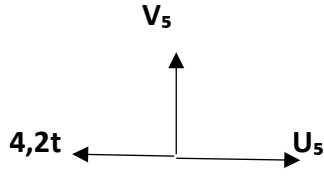
$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad 11,2+O_3=0 & \quad \mathbf{O_3=-11,2t(B)} \\ \Sigma y=0 & \quad 2+V_4=0 & \quad \mathbf{V_4=-2t(B)}\end{aligned}$$

8 Nolu Dügüm Noktası



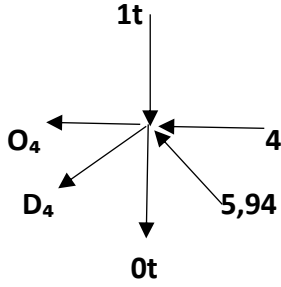
$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad -4,2-(4,52\cos 45)+(D_3\cos 45)+U_3=0 \\ \Sigma y=0 & \quad 2-(4,52\sin 45)-(D_3\sin 45)=0 \\ & \quad \mathbf{D_3=-(1,2/\sin 45)=-1,69t(B)} \\ & \quad -4,2-3,2-1,2+U_4=0 \\ & \quad \mathbf{U_3=+8,6t(\zeta)}\end{aligned}$$

9 Nolu Dügüm Noktası



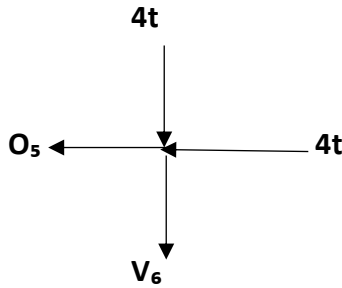
$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad 10,8+U_5=0 & \quad U_4=+4,2t(\text{B}) \\ \Sigma y=0 & & \quad V_5=0\end{aligned}$$

10 Nolu Dügüm Noktası



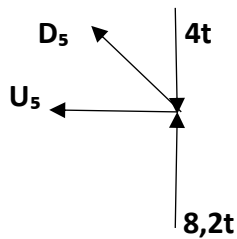
$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad -3,8-O_4-(5,94 \times \cos 45)-(D_4 \times \cos 45)=0 \\ \Sigma y=0 & \quad 1-(5,94 \times \sin 45)+(D_4 \times \sin 45)=0 \\ & \quad D_4=+(3,2/\sin 45)=+4,52t(\text{Ç}) \\ & \quad -3,8-3,2-4,2-O_4=0 \quad O_4=-11,2t(\text{B})\end{aligned}$$

11 Nolu Dügüm Noktası



$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad O_5+4=0 & \quad O_5=-4t(\text{B}) \\ \Sigma y=0 & \quad 4+V_6=0 & \quad V_6=-4t(\text{B})\end{aligned}$$

12 Nolu Dügüm Noktası



$$\begin{aligned}\Sigma x=0 & \quad U_5+(D_5 \times \cos 45)=0 \\ \Sigma y=0 & \quad (D_5 \times \sin 45)+8,2-4=0 \\ & \quad D_5=-5,94t(\text{B}) \\ & \quad U_5=+4,2(\text{Ç})\end{aligned}$$

ÇUBUK KUVVETLERİ TABLOSU

ÇUBUK ADI	BASINÇ (Ton)	ÇEKME (Ton)
O1	8,8	
O2	8,6	
O3	11,2	
O4	11,2	
O5	4	
V1	8,8	
V2	3	
V3	0	
V4	2	
V5	0	
V6	4	
D1	9,61	
D2	5,37	
D3	1,69	
D4		4,52
D5	5,94	
U1	2	
U2		8,6
U3		8,6
U4		4,2
U5		4,2

5.5.2.- KAFES SİSTEMLERİN KESİM (RİTTER) METODU İLE ÇÖZÜMÜ

Ritter metodunun en önemli özelliği herhangi bir çubuktaki çubuk kuvvetlerinin kafes kirişteki tüm düğüm noktaları çözülmeyen bulunabilmesidir.

Herhangi bir çubuğun çubuk kuvvet değeri bulunmak istenirse, değeri bulunacak çubuktan geçmek ve en fazla 3 çubuğu kesmek üzere kafes kirişte bir kesim yapılır. Bu kesim düzlemiyle ikiye ayrılan kirişin her iki parçası da dengededir. Denge olan bu parçalardan herhangi birisi tercih edilerek denge denklemlerinin bir bilinmeyenli olarak düzenlenmesi ile aranan çubuk kuvveti hesaplanır.

Bu yöntem daha çok hesabı yapılmış kafes kirişlerin kontrolünde yani tahkikinde tercih edilen bir yöntemdir.

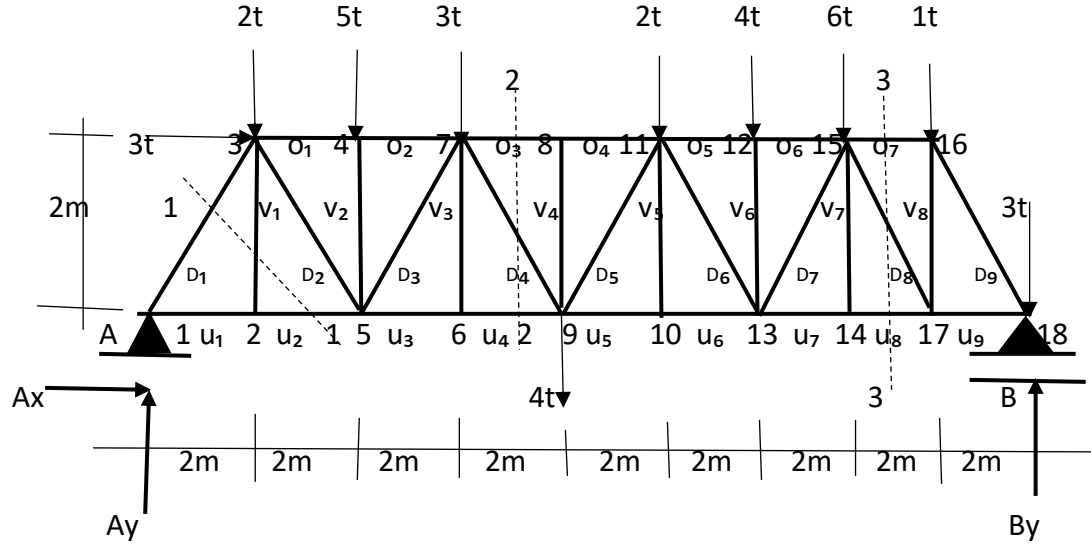
5.5.2.1.- RİTTER (KESİM) METODU İLE ÇÖZÜMDE İZLENEN YOL

Ritter metodu ile çözüm yapılırken aşağıda verilen sıra ile işlem yapılır.

- 1- İzostatiklik ve stabilite kontrolü yapılır.
- 2- Kafes kirişin mesnet reaksiyonları hesaplanır.
- 3- Aralarında hesabı yapılacak çubuğun da bulunduğu en fazla 3 çubuktan geçen bir kesim yapılır.
- 4- Kesim düzleminin herhangi bir tarafında kalan parçaya ait $\sum M_i=0$ denge denklemi yazılır. ***“Bu denge denklemi yazılırken moment alınan nokta, değeri bulunacak iki çubuğun kendilerinin veya uzantılarının kesişme noktaları olmayacak şekilde olmalıdır ki; denklem bir bilinmeyenli olsun, diğer iki çubuk etkisiz hale gelsin.”***
- 5- Daha sonra $\sum x=0$ ve $\sum y=0$ denge denklemleri yazılarak diğer çubuk kuvveti değeri hesaplanır.

Not: Kesit düzlemine göre hangi parçanın kullanılacağına tercihinde daha az hesap yapılacak kısa parça tercihi önemlidir.

ÖRNEK 16-



ÇÖZÜM 13-

İzostatiklik ve Stabilite şartı

$$2xd=r+\ç$$

$$2 \times 18 = 3 + 7 + 8 + 9 + 9$$

36=36 olduğundan İzostatik, üçgenlerden oluştuğundan Stabildir.

Mesnet Reaksiyonları Hesabı

$$\Sigma x=0 \quad Ax+3=0 \quad Ax=-3t$$

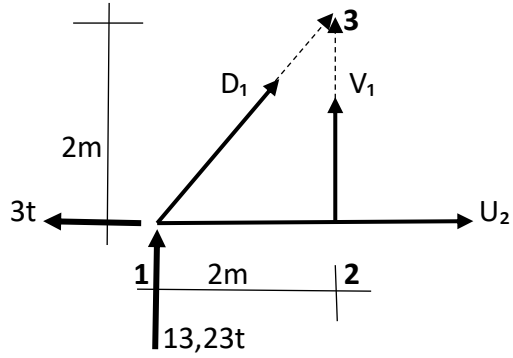
$$\Sigma y=0 \quad Ay-2-5-3-4-2-4-6-1+By-3=0 \quad Ay+By=30$$

$$\Sigma Ma=0 \quad +(3 \times 2) + (2 \times 2) + (5 \times 4) + (3 \times 6) + (4 \times 8) + (2 \times 10) + (4 \times 12) + (6 \times 14) + (1 \times 16) + (3 \times 18) - (By \times 18) = 0$$

$$18 \times By = 302$$

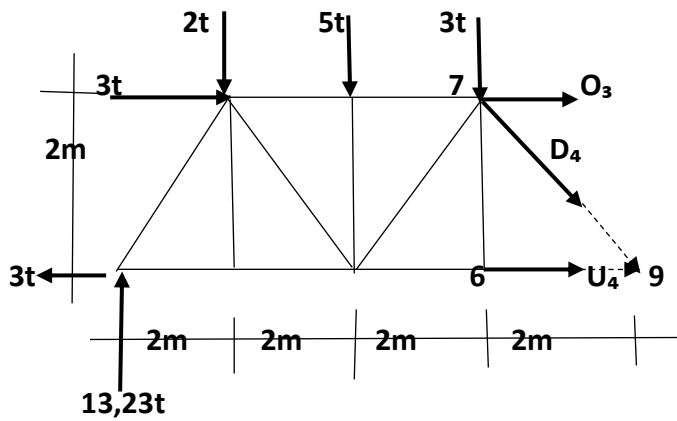
$$\mathbf{By=16,77t} \quad \mathbf{Ay=13,23t}$$

1.1 KESİTİ ÇUBUKLARI HESABI



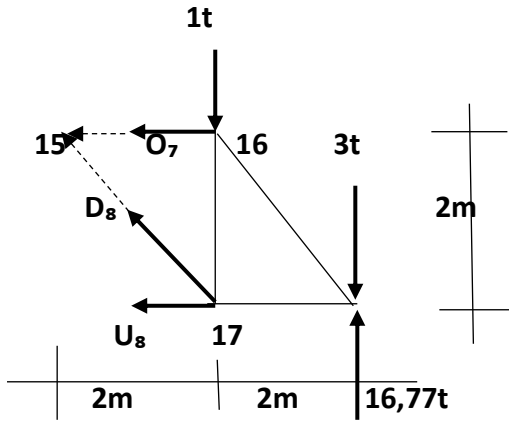
$$\begin{aligned} \sum M_3=0 & \quad +(3 \times 2)+(13,23 \times 2)-(U_2 \times 2)=0 & \quad 2 \times U_2=+32,46 & \quad U_2=+16,23 \text{t}(\text{Ç}) \\ \sum M_2=0 & \quad +(D_1 \times \sin 45 \times 2)+(13,23 \times 2)=0 & \quad D_1 \times \sin 45 \times 2=-26,46 & \quad D_1=-18,71 \text{t}(\text{B}) \\ \sum y=0 & \quad 13,23+(-18,71 \times \sin 45)+V_1=0 & & \quad V_1=0 \end{aligned}$$

2-2 KESİTİ ÇUBUKLARI HESABI



$$\begin{aligned} \sum M_7=0 & \quad +(U_4 \times 2)+(5 \times 2)+(2 \times 4)-(3 \times 2)-(13,23 \times 6)=0 & \quad U_4=+33,69 \text{t}(\text{Ç}) \\ \sum M_9=0 & \quad +(13,23 \times 8)-(2 \times 6)-(5 \times 4)-(3 \times 2)+(O_3 \times 2)=0 & \quad O_3=-33,92 \text{t}(\text{B}) \\ \sum y=0 & \quad 13,23-2-5-3-(D_4 \times \sin 45)=0 & & \quad D_4=+4,56 \text{t}(\text{Ç}) \end{aligned}$$

3-3 KESİTİ ÇUBUKLARI HESABI



$$\curvearrowleft \Sigma M_{15}=0 \quad +(U_8 \times 2) + (1 \times 2) + (3 \times 4) - (16,77 \times 4) = 0 \quad U_8 = +26,54(\text{Ç})$$

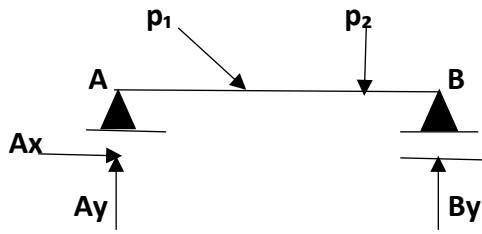
$$\curvearrowleft \Sigma M_{17}=0 \quad -(O_7 \times 2) + (3 \times 2) - (16,77 \times 2) = 0 \quad O_7 = -13,77(\text{B})$$

$$\Sigma y=0 \quad +(D_8 \times \sin 45) - 1 - 3 + 16,77 = 0 \quad D_8 = -18,06(\text{B})$$

6.- MAFSALLI SÜREKLİ KİRİŞLER

(GERBER KİRİŞLER)

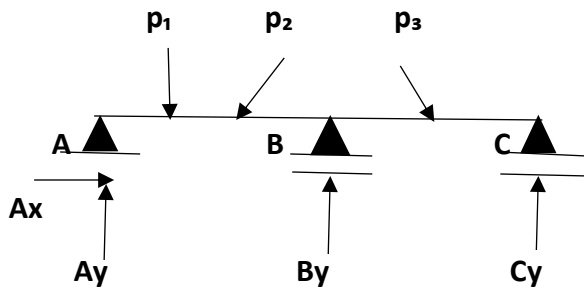
Doğru eksenli çubuk elemanların eksen doğrultusunda birleştirilmesi ile oluşturulan çok mesnetli, çok açıklıklı sürekli kirişler hiperstatik sistemlerdir. En basit düzenlemede mesnetlerinden biri sabit diğerleri hareketli olup, mesnet reaksiyonlarının sayısı mesnet sayısından bir fazladır. Bu nedenle çözümde yazılması gereken ek denklem sayısı mesnet sayısından iki eksik ya da ara mesnet sayısı kadardır.



Mesnet reaksiyonu sayısı 3

Denge denklemleri sayısı 3

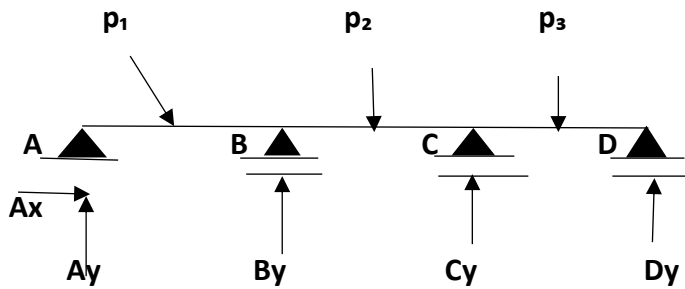
İzostatik Basit Kiriş



Mesnet Reaksiyonu sayısı 4

Denge Denklemleri Sayısı 3

1. Dereceden Hiperstatik Sürekli Kiriş



Mesnet reaksiyonu sayısı 5

Denge Denklemleri Sayısı 3

2. Dereceden Hiperstatik Sürekli Kiriş

Hiperstatik sürekli kirişler açıklıklara uygun şekilde yerleştirilen uygun sayıda mafsallarla izostatik hale getirilebilirler. Çünkü her mafsal bir denklem demektir.

Bu şekilde elde edilen izostatik sistemlere, **mafsallı sürekli kirişler** veya **GERBER kirişler** denir.

Mafsallarda eğilme momenti 0 olduğundan mafsal sayısı kadar ek denklem yazılarak mafsalı sürekli kirişlerin çözümü yapılabilecektir. Mafsalların uygun yerleştirilmesi ise mafsallara bölüne kiriş parçalarının izostatik ve dengede olmalarının gereğidir. Bu nedenle mafsallar yerleştirilirken aşağıdaki kurallara uyulmalıdır.

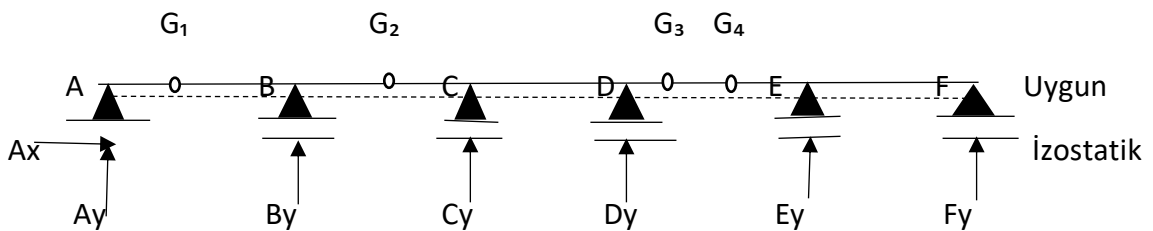
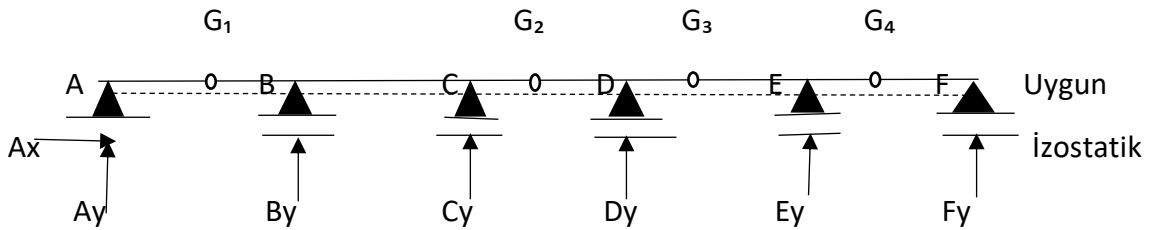
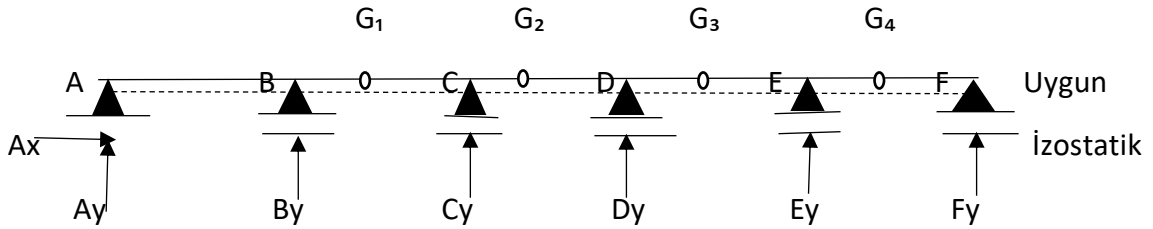
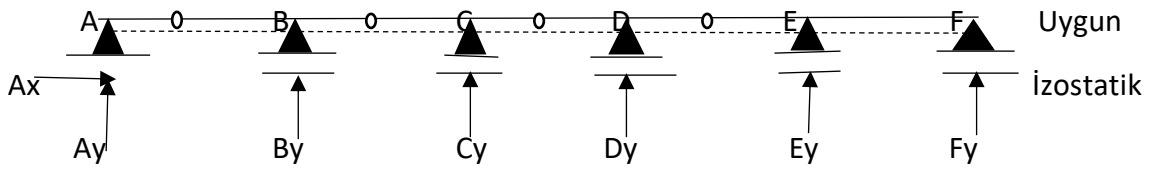
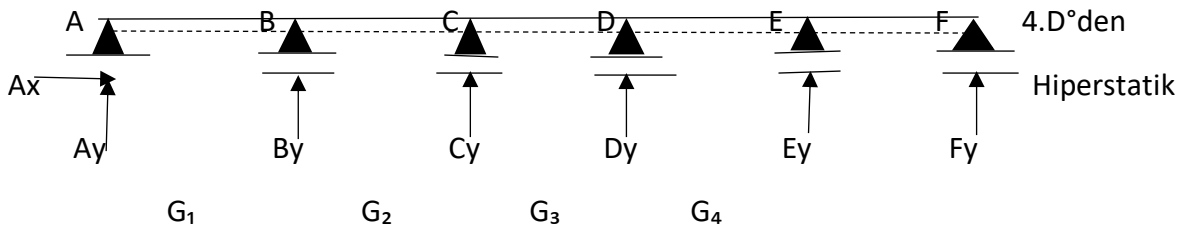
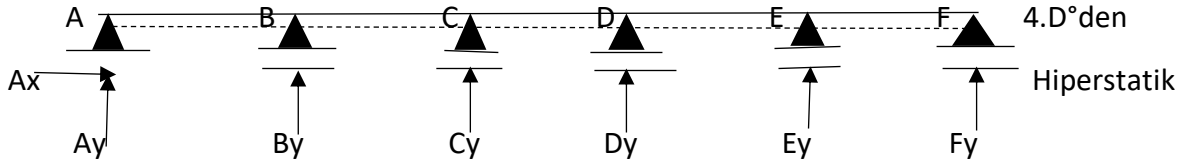
6.1.- MAFSALLAR YERLEŞTİRİLİRKEN UYULMASI GEREKLİ KURALLAR

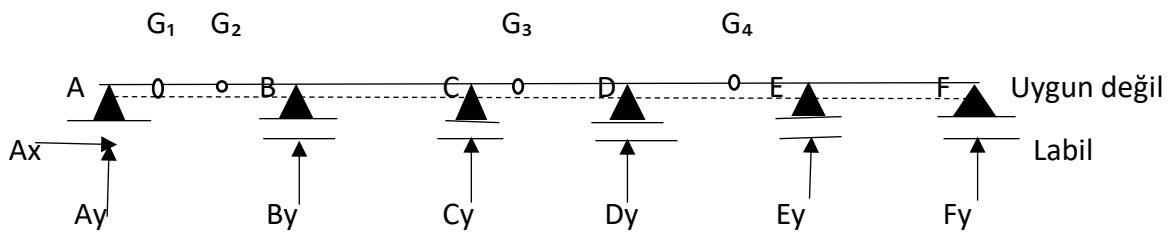
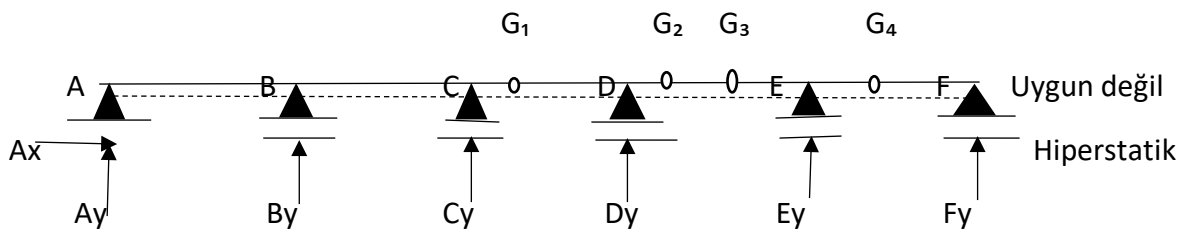
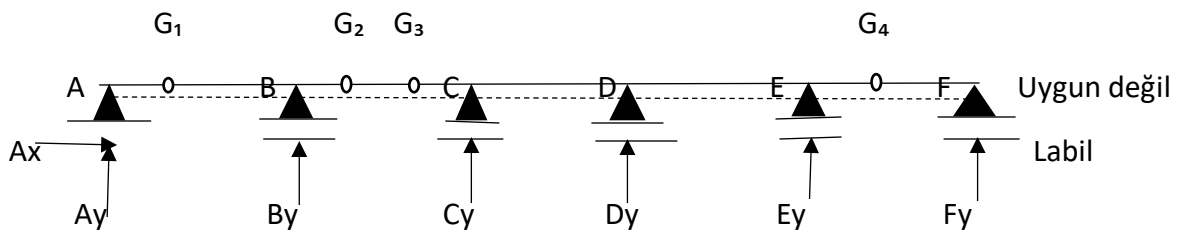
- 1- Kenar açıklığa en çok 1 orta açıklığa en çok 2 mafsal konulmalıdır.
- 2- 2 Mafsal konulan açıklığa komşu olan açıklığa mafsal konulmaz.
- 3- Yanyana komşu açıklıkların ikisi birden mafsalsız bırakılmaz
- 4- Mafsallar nasıl konulursa konulsun 1 açıklık mutlaka mafsalsız bırakılır.

Hem izostatik sistemlerin hem de sürekli kirişlerin özelliklerini taşıyan, mafsalı sürekli kirişler geniş bir uygulama alanı bulurlar.

Köprülerde, köprü kirişleri, çelik çatılarda aşıklar, mafsalı sürekli kirişlere örnek olarak gösterilebilir.

Aşağıda mafsalların yerleştirilme şekillerine örnekler verilmiştir.





6.2.- GERBER (MAFSALLI SÜREKLİ) KİRİŞLERİN ÇÖZÜMÜ

Gerber kirişlerin çözümleri iki farklı yöntem kullanılarak yapılabilir.

- 1- Taşıma şeması ile çözüm
- 2- Basit kiriş diyagramları ve karşılaştırma ile çözüm

Burada taşıma şeması ile çözüm anlatılacak ve bu yönteme ait örnekler çözülecektir.

6.2.1.- TAŞIMA ŞEMASI YÖNTEMİ İLE GERBER KİRİŞLERİN ÇÖZÜMÜ

Gerber kirişlerin taşıma şeması yöntemiyle çözümüne, kirişin mafsallı noktalarından ayrılmasıyla ortaya çıkacak olan taşıma şemasının çizimi yapılarak başlanır. Mafsallı noktalarından ayrılan kirişlerin nitelikleri tespit edilir. Nitelik tespiti demek kirişlerin taşıyan ve taşınan mı olup olmadığının tespitidir. Bu tespit taşıma şemasının çizimi için de önemli olduğundan son derece önemlidir.

TAŞINAN KİRİŞ; tek mesnetli olup diğer ucunda mafsallı mesnedi bulandıran kiriştir.

TAŞIYAN KİRİŞ; iki mesnetli kirişler olup uçlarında mafsallı olan kirişlerdir.

Taşıma şemasında taşınan kirişler üst kısımda taşıyan kirişler alt kısımda gösterilerek yük aktarım zinciri ve taşımanın ruhuna uygun hareket etmek gereklidir.

Taşıma şeması ile birbirinden ayrılan ve nitelikleri tespit edilen kirişler, birden çok basit kirişe ve çıkmalı kirişe dönüşmüş ve çözüm bu kirişlerin bilinen yöntemlerle çözümü haline dönüşmüştür.

Basit ve çıkmalı kirişlerin bilinen yöntemlerle çözümü, yani mesnet reaksiyon kuvvetlerinin hesaplanması ve kesit tesiri diyagramlarının ayrı ayrı çizilmesi ve çözüm bittikten sonra birleştirilmesi ile gerber kirişlerin çözümü gerçekleştirilmiş olur.

Ancak bu işlemler yapılırken Gerber kirişlerin birtakım özelliklerinin olduğu ve bu özelliklerin çözüm sırasında dikkate alınması gerektiği unutulmamalıdır.

Bu özellikler;

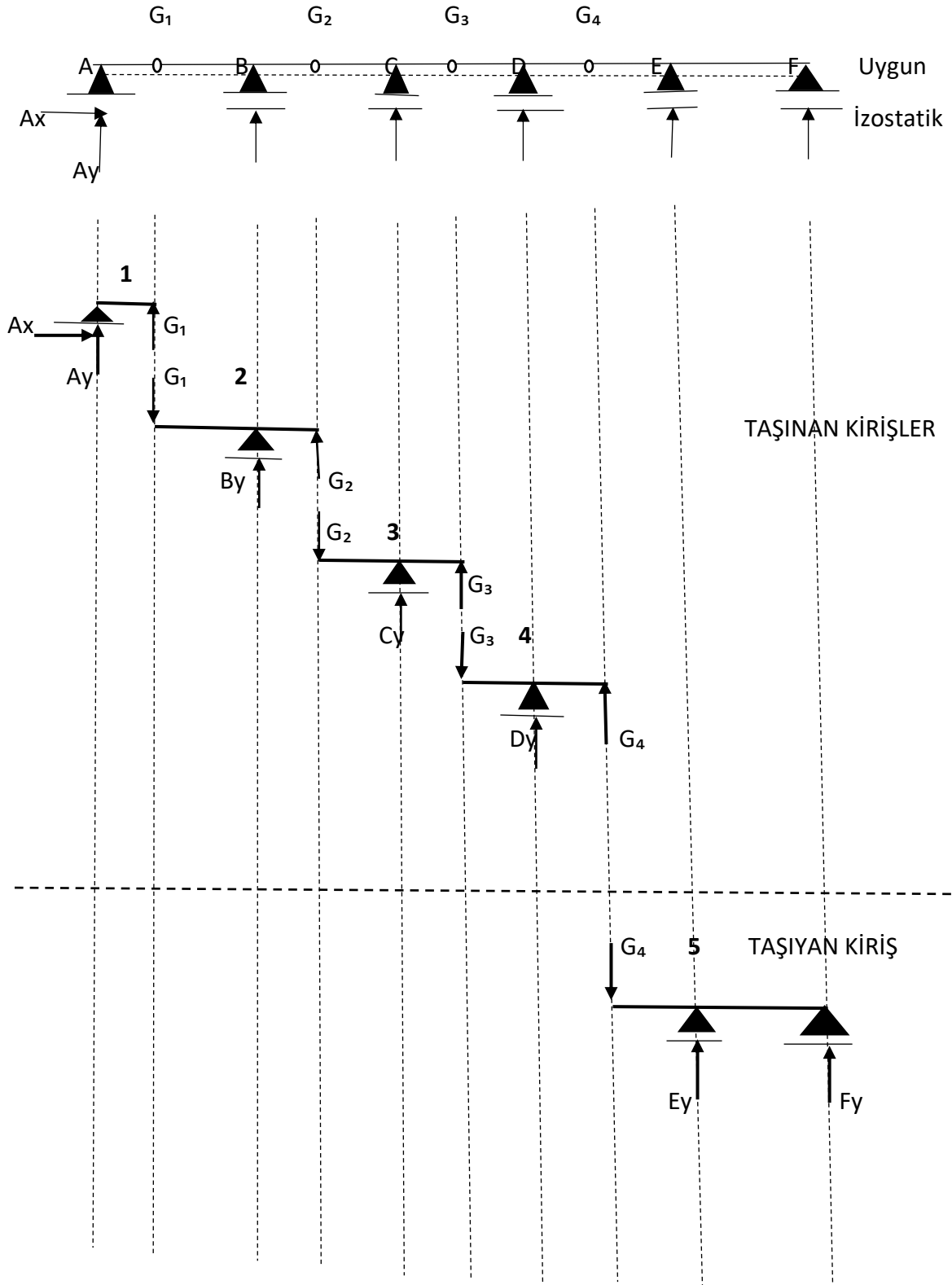
- a) Mafsallı noktalarda meydana gelen ve hesaplanan mafsallı reaksiyon kuvvetleri kendisinden sonraki kirişe aynı noktada bir tekil yük olarak etki ettirilir.
- b) Kesme kuvveti diyagramının çizilmesi sırasında mafsallı noktalarda oluşan kesme kuvvetleri mafsallı reaksiyon kuvvetleriyle aynı değeri taşımalıdır.
- c) Moment diyagramı çizilirken mafsallı noktalarda moment değerleri sıfır olmalıdır.

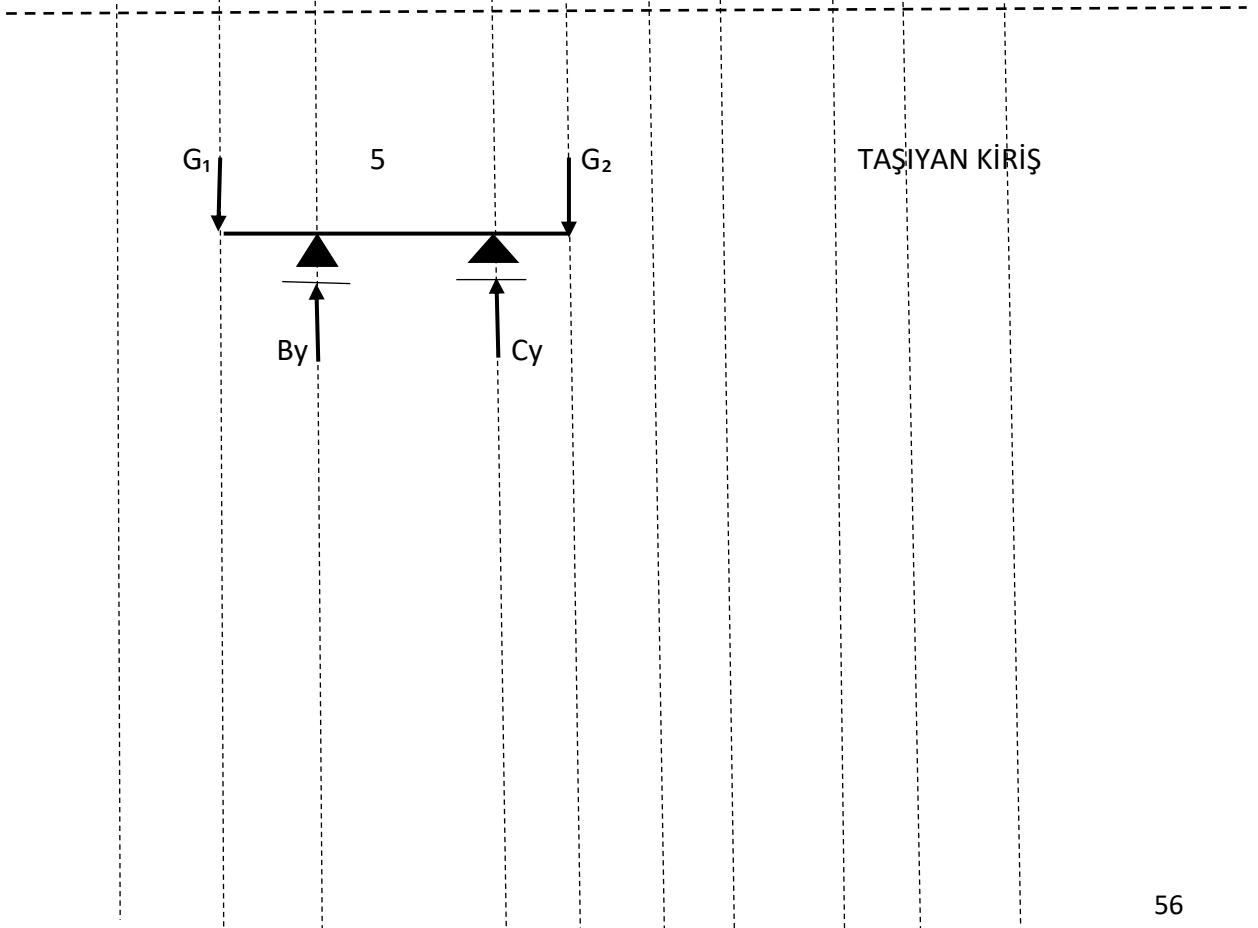
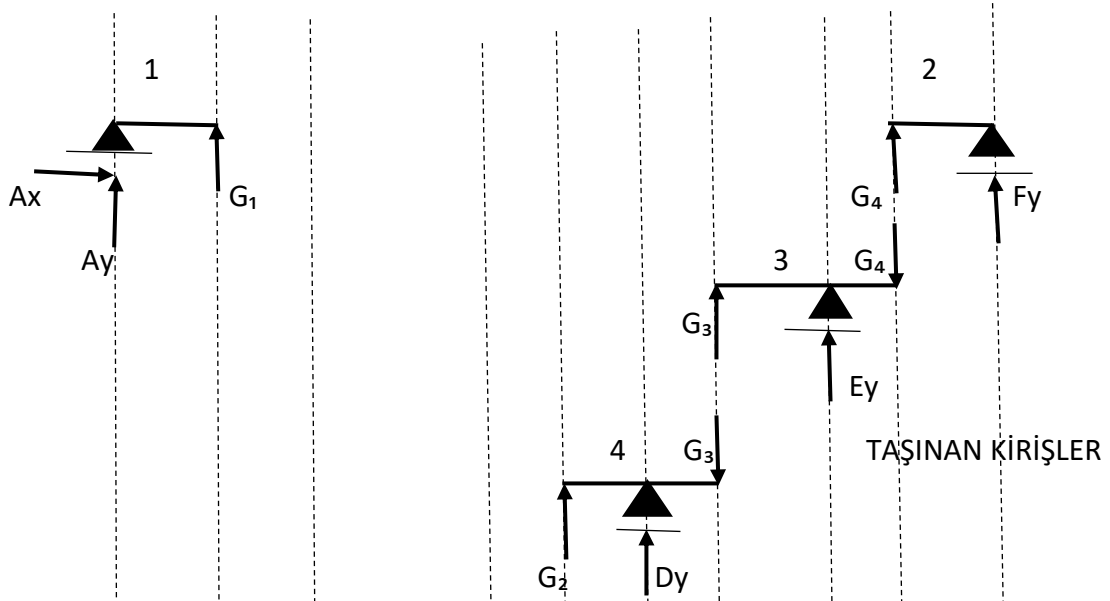
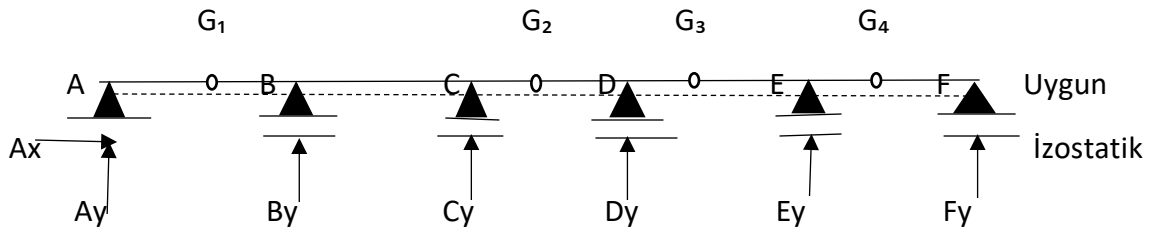
6.2.1.1.- TAŞIMA ŞEMASI ÇİZİLMESİ

Taşıma şemasının çizilmesi sırasında aşağıdaki işlem sırası takip edilir.

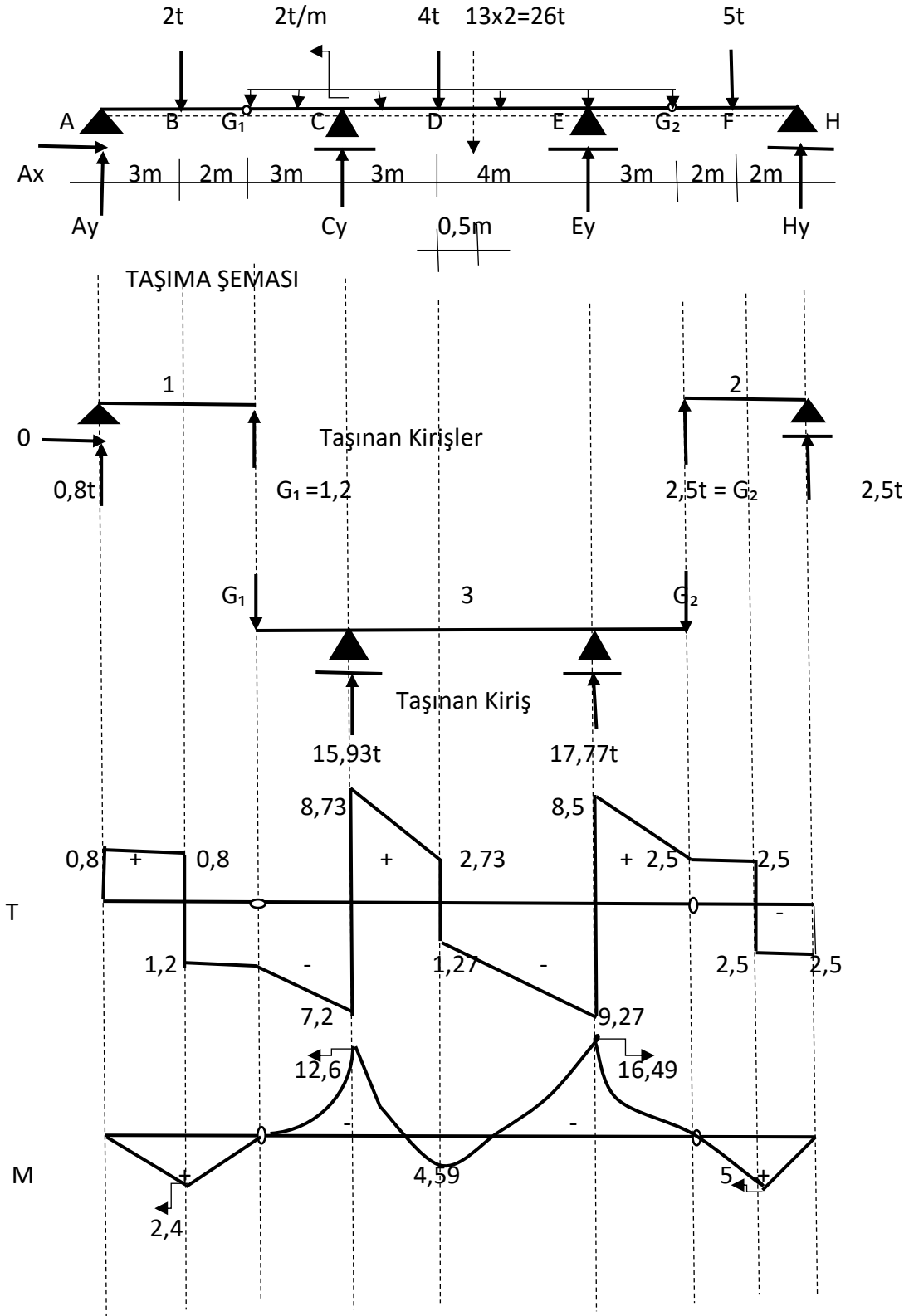
- a) Mafsal ve mesnet noktalarından aşağıya doğru düşey kılavuz çizgiler çizilir.
- b) Kılavuz çizgiler sınır olacak şekilde kiriş mafsal noktalarından ayrılarak birden çok kiriş elde edilir.
- c) Bu kirişler taşınanlar üste, taşıyanlar altta olacak şekilde çizilir.
- d) Çizilen kirişler yük aktarım sistemine uygun olarak ve en uç kirişten başlayarak numaralandırılır.
- e) Bu numaralar aynı zamanda kirişlerin çözüm sırasını da vereceğinden oldukça önemlidir.
- f) Kirişler, en küçük numaralı kirişten başlayarak çözüm yapılır.
- g) Çözüm yapılırken bir kirişte hesaplanan mafsal reaksiyon kuvveti bir sonraki kirişe ters çevrilerek tekil yük olarak etki ettirilir.
- h) Çözülen kirişlerin kesit tesiri diyagramları alan yöntemi kullanılarak çizilir.
- i) Çizilen kesit tesiri diyagramları birleştirilerek (süperpoze edilerek) gerber kirişin kesit tesiri diyagramları ortaya çıkarılır.

6.2.1.2.- TAŞIMA ŞEMASI ÖRNEKLERİ

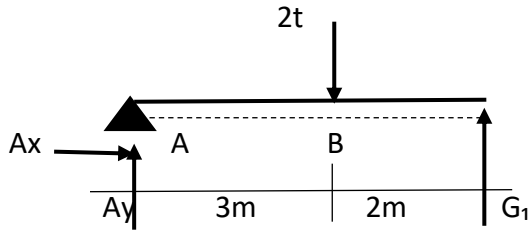




ÖRNEK 17.-Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen gerber kirişin MNT diyagramlarını taşıma şeması yöntemini kullanarak çiziniz?

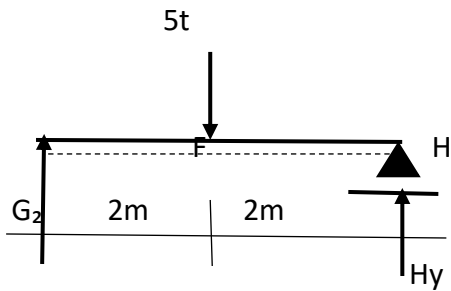


1 NOLU KİRİŞ



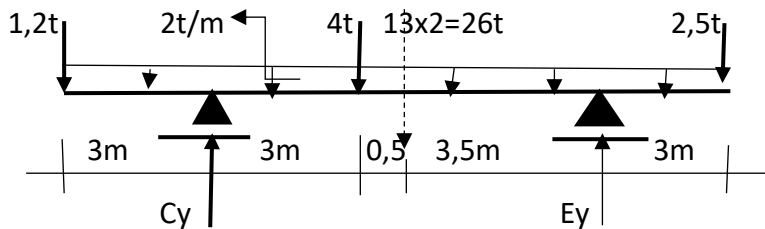
$$\begin{aligned} \Sigma x=0 & \quad Ax=0 \\ \Sigma y=0 & \quad Ay+G_1-2=0 \quad Ay+G_1=2 \\ \Sigma Ma=0 & \quad (2 \times 3)-(G_1 \times 5)=0 \quad G_1=6/5 \quad \mathbf{G_1=+1,2t} \quad \mathbf{Ay=+0,8t} \end{aligned}$$

2 NOLU KİRİŞ



$$\mathbf{G_2=2,5t} \quad \mathbf{H_y=2,5t}$$

3 NOLU KİRİŞ



$$\begin{aligned} \Sigma y=0 & \quad Cy+E_y-1,2-4-26-2,5=0 \quad Cy+E_y=33,7 \\ \Sigma Mc=0 & \quad (-1,2 \times 3)+(4 \times 3)+(26 \times 3,5)-(E_y \times 7)+(2,5 \times 10)=0 \\ & \quad 7 \times E_y=124,4 \quad \mathbf{E_y=17,77t} \quad \mathbf{C_y=15,93t} \end{aligned}$$

MOMENT HESAPLARI

(Kesme kuvveti alanlarının kümülatif cebrik toplamları)

$$M_a=0$$

$$M_b=0+(0,8 \times 3)=+2,4 \text{ tm}$$

$$M_{G_1}=+2,4-(1,2 \times 2)=0$$

$$M_c=0-\left(\frac{(1,2+7,2)}{2} \times 3\right)=-12,6 \text{ tm}$$

$$M_d=-12,6+\left(\frac{(8,73+2,73)}{2} \times 3\right)=+4,59 \text{ tm}$$

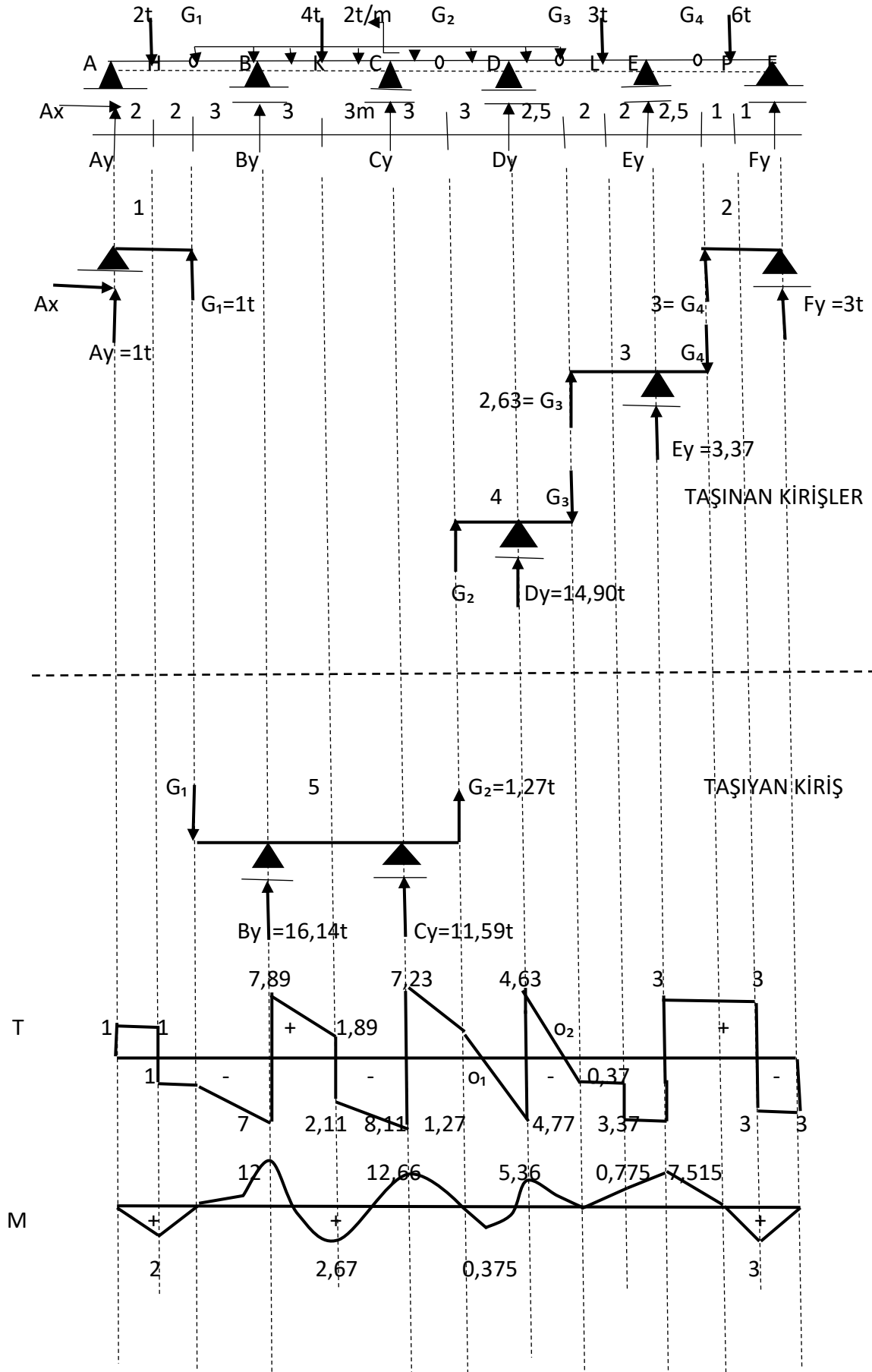
$$M_e=+4,59-\left(\frac{(1,27+9,27)}{2} \times 3\right)=-16,49 \text{ tm}$$

$$M_{G_2}=-16,49+\left(\frac{(8,5+2,5)}{2} \times 3\right)=0$$

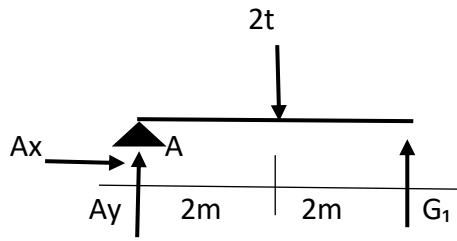
$$M_f=0+(2,5 \times 2)=+5 \text{ tm}$$

$$M_h=+5-(2,5 \times 2)=0$$

ÖRNEK 18.-Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen gerber kirişin MNT diyagramlarını taşıma şeması yöntemini kullanarak çiziniz?



1 NOLU KİRİŞ



$$\Sigma x=0$$

$$Ax=0$$

$$\Sigma y=0$$

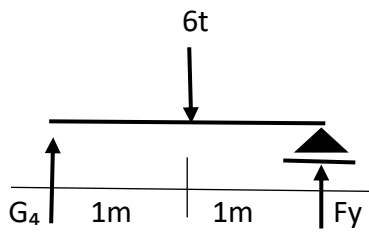
$$Ay+G_1=2$$

$$\Sigma Ma=0$$

$$(2 \times 2) - (G_1 \times 2) = 0$$

$$G_1=1t \quad Ay=1$$

2 NOLU KİRİŞ



$$\Sigma y=0$$

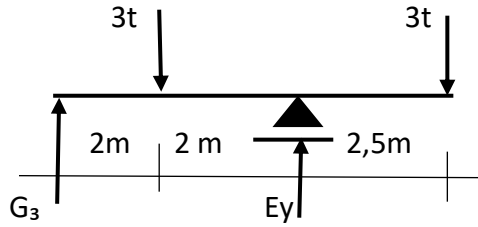
$$G_4+F_y=6$$

$$\Sigma MG_4=0$$

$$(6 \times 1) - (F_y \times 2) = 0$$

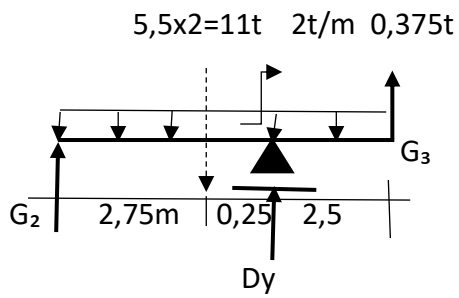
$$G_4=3t \quad F_y=3t$$

3 NOLU KIRIŞ



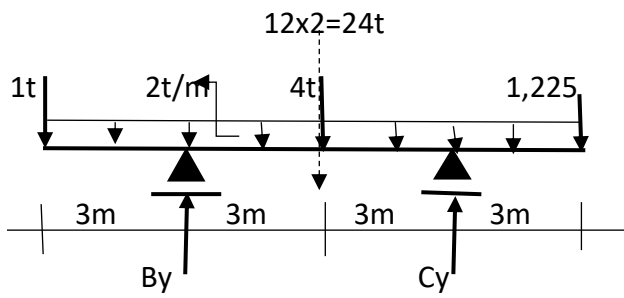
$$\begin{aligned} \Sigma y=0 & \quad G_3+Ey=6 \\ \Sigma MG_3=0 & \quad (3 \times 2)-(Ey \times 4)+(3 \times 6,5)=0 \quad 4x Ey=25,5 \\ & \quad \mathbf{Ey=6,37t \quad G_3=-0,375t} \end{aligned}$$

4 NOLU KIRIŞ



$$\begin{aligned} \Sigma y=0 & \quad G_2+Dy=11-0,375=10,625 \\ \Sigma MG_2= & \quad (11 \times 2,75)-(Dy \times 3)-(0,375 \times 5,5)=0 \\ & \quad 3x Dy=28,188 \\ & \quad \mathbf{Dy=9,40t \quad G_2=1,225t} \end{aligned}$$

5 NOLU KİRİŞ



$$\Sigma y=0 \quad B_y+C_y=1+24+4+1,225=30,225$$

$$\Sigma Mb=0 \quad (-1 \times 3)+(24 \times 3)+(4 \times 3)-(C_y \times 6)+(1,225 \times 9)=0$$

$$C_y=15,34t \quad B_y=14,89t$$

O_1 NOKTASININ YERİ

$$(X/(3-X))=1,23/4,77$$

$$X=0,61m$$

O_2 NOKTASININ YERİ

$$(X/(2,5-X))=4,63/0,37$$

$$X=2,31m$$

MOMENT HESAPLARI

$$M_a=0$$

$$M_h=0+(1 \times 2)=+2 \text{ tm}$$

$$M_{G_1}=+2-(1 \times 2)=0$$

$$M_b=0-\left(\frac{(1+7)}{2}\right) \times 3=-12 \text{ tm}$$

$$M_k=-12+\left(\frac{(7,89+1,89)}{2}\right) \times 3=+2,67 \text{ tm}$$

$$M_c=+2,67-\left(\frac{(2,11+8,11)}{2}\right) \times 3=-12,66 \text{ tm}$$

$$M_{G_2}=-12,66+\left(\frac{(7,23+1,23)}{2}\right) \times 3=0$$

$$M_{O_1}=0+\left(\frac{(1,23 \times 0,61)}{2}\right)=+0,375 \text{ tm}$$

$$M_d=+0,375-\left(\frac{(4,77 \times 2,39)}{2}\right)=-5,32 \text{ tm}$$

$$M_{G_3}=-5,32+\left(\frac{(4,62 \times 2,31)}{2}\right)=0$$

$$M_{O_2}=0-\left(\frac{(0,37 \times 0,19)}{2}\right)=-0,035 \text{ tm}$$

$$M_l=-0,035-(0,37 \times 2)=-0,775 \text{ tm}$$

$$M_e=-0,775-(3,37 \times 2)=-7,515 \text{ tm}$$

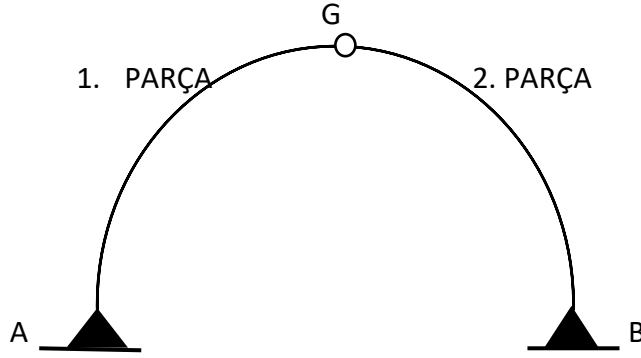
$$M_{G_4}=-7,515+(3 \times 2,5)=0$$

$$M_p=0+(3 \times 1)=+3 \text{ tm}$$

$$M_f=+3-(3 \times 1)=0$$

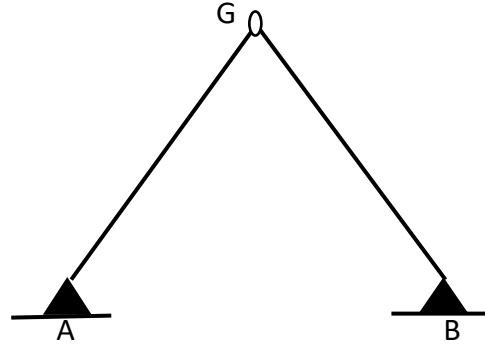
7.- ÜÇ MAFSALLI SİSTEMLER

Üç cismin birbirine üç mafsal ile bağlanması sonucu taşıyıcı bir sistem elde edilir. Her biri mafsal niteliğindeki A ve B sabit mesnetlerine oturan sabit cismin 1 ve 2 parçalarının birbirine G mafsalı ile bağlanması ile gerçekleştirilen sistemlerdir.

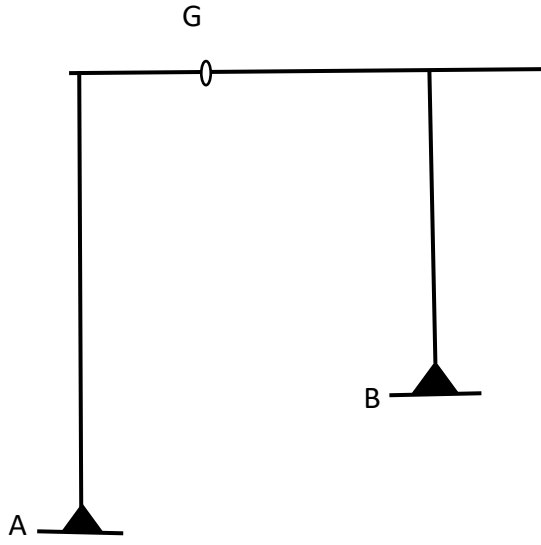


1 ve 2 parçaları doğru veya eğri eksenli elemanlar olabileceği gibi mesnetlerinden biri hareketli düzenlenerek stabilitesi bir gergi çubuğuyla sağlanan gergili sistemlerle de karşılaşılabılır.

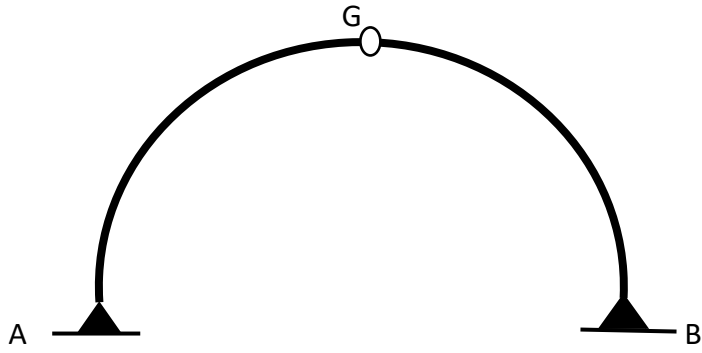
Aşağıda Üç mafsalı sistem örnekleri görülmektedir:



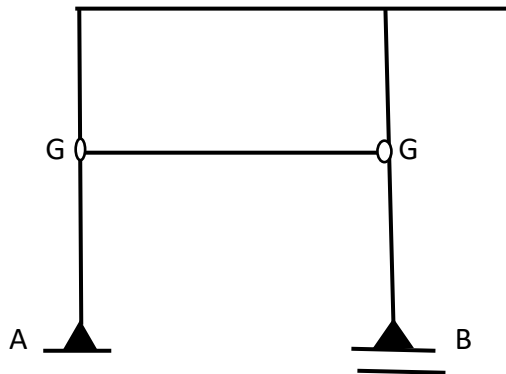
Üçgen Üç mafsalı çerçeve



Çıkmalı Topal Üç mafsallı çerçeve



Üç Mafsallı Kemer



Gergi Çubuklu Çerçeve

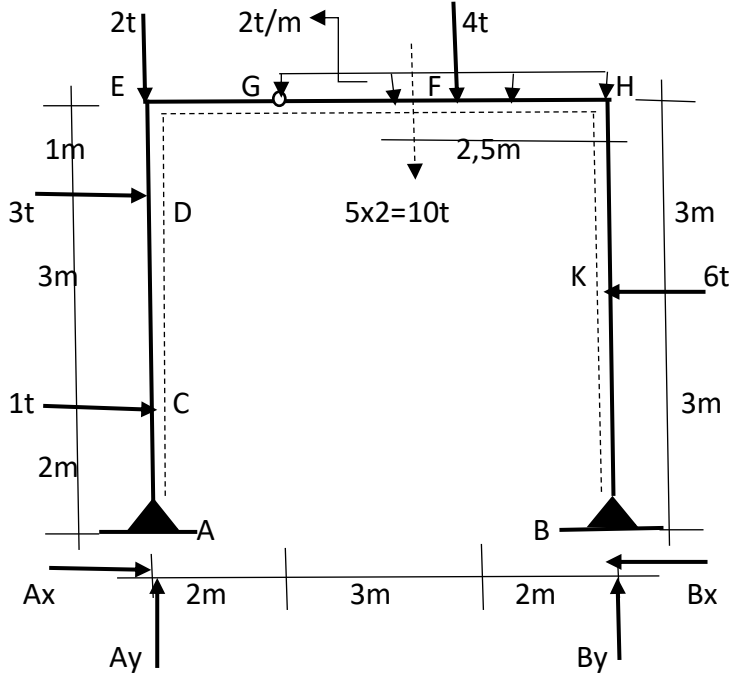
7.1.- ÜÇ MAFSALLI ÇERÇEVELERİN ÇÖZÜMÜ

Doğru eksenli elemanlarla düzenlenmiş üç mafsallı sistemlerdir. Sistemin çözümü genel yöntemle yapılır. Mesnet reaksiyonlarının bulunmasında denge denklemlerine ek olarak mafsalın sağından ya da solundan;

$\Sigma M_{\text{maf sağ}}=0$ veya $\Sigma M_{\text{maf sol}}=0$ denklemleri yazılır.

Mesnet reaksiyonları hesaplandıktan sonra kesim veya alan yöntemi kullanılarak kesit tesiri diyagramları çizilir. Böylece sistemin çözümü gerçekleştirilmiş olur.

ÖRNEK 19.- Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen üç mafsallı çerçevenin MNT diyagramlarını alan yöntemini kullanarak çiziniz?



ÇÖZÜM 16.-

MESNET REAKSİYONLARI HESABI

$$\Sigma X=0 \quad Ax+1+3-6-Bx=0 \quad Ax-Bx=2$$

$$\Sigma y=0 \quad Ay-2-10-4+By=0 \quad Ay+By=16$$

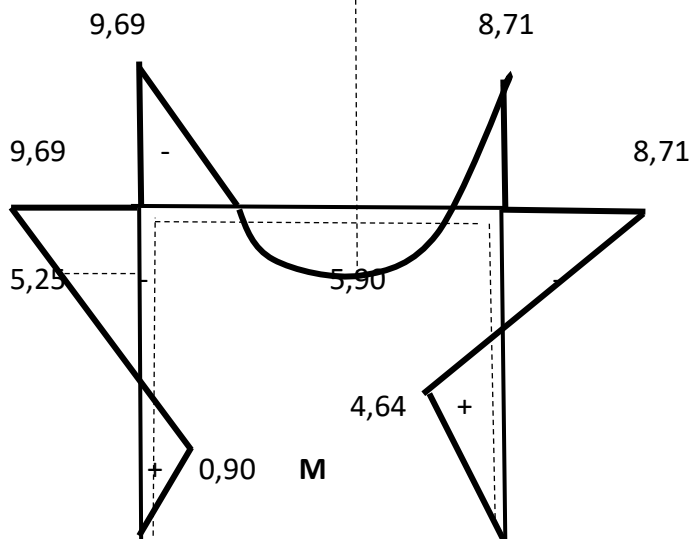
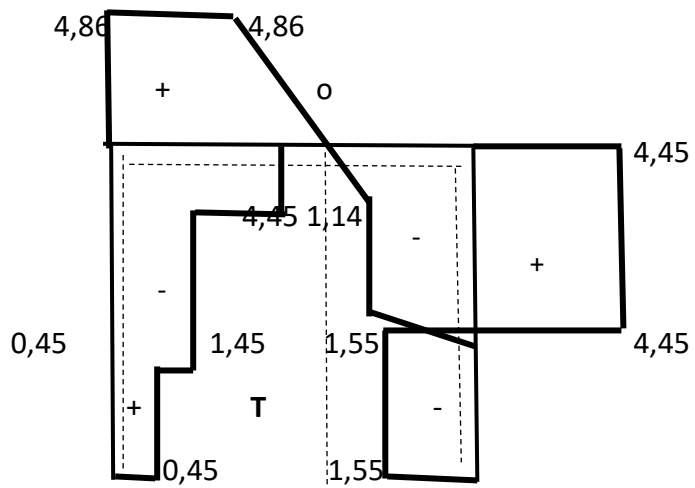
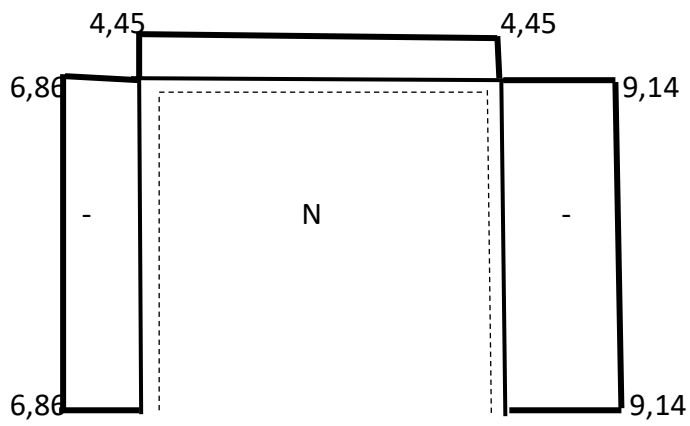
$$\Sigma Ma=0 \quad +(1 \times 2)+(3 \times 5)+(10 \times 4,5)+(4 \times 5)-(6 \times 3)-(By \times 7)=0 \quad 7 \times By=64$$

$$\mathbf{By=9,14t \quad Ay=6,86t}$$

$$\Sigma Mgsol=0 \quad +(2 \times 2)+(3 \times 1)+(1 \times 4)+(6 \times Ax)-(Ay \times 2)=0 \quad 6 \times Ax=-2,72$$

$$\mathbf{Ax=+0,45t \quad +0,45-Bx=2 \quad Bx=-1,55t}$$

KESİT TESİRİ DİYAGRAMLARI



O NOKTASININ YERİ

$$(4,86/1,14)=(X/(3-X))$$

$$6xX=14,58$$

$$X=2,43m$$

MOMENT HESAPLARI

$$M_a=0$$

$$M_c=0-(0,45 \times 2)=-0,90tm$$

$$M_d=-0,90-(1,45 \times 3)=-5,25tm$$

$$M_{ealt}=-5,25-(4,45 \times 1)=-9,69tm$$

$$M_{eüst}=-9,69$$

$$M_G=-9,69+(4,86 \times 2)=0$$

$$M_o=0+((4,86 \times 2,43)/2)=+5,90tm$$

$$M_f=+5,90-((0,57 \times 1,14)/2)=+5,57tm$$

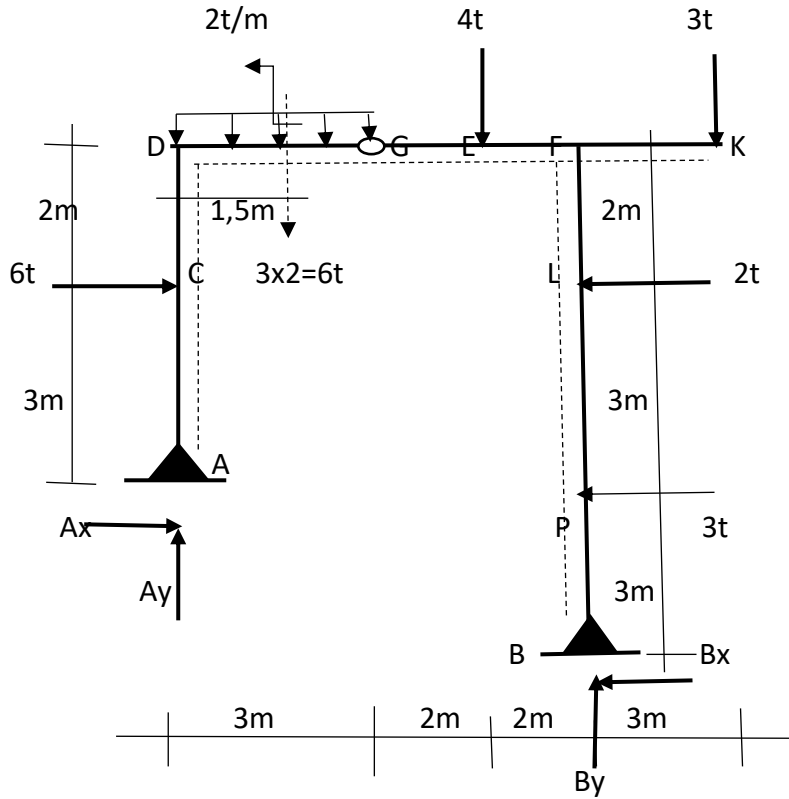
$$M_{hüst}=+5,57-(((5,14+9,14)/2) \times 2)=-8,71tm$$

$$M_{halt}=-8,71tm$$

$$M_k=-8,71+(4,45 \times 3)=+4,64tm$$

$$M_b=44,64-(1,55 \times 3)=0$$

ÖRNEK 20.- Aşağıda şekli ve yükleme durumu verilen üç mafsallı çerçevenin MNT diyagramlarını alan yöntemini kullanarak çiziniz?



ÇÖZÜM 17.-

MESNET REAKSİYONLARI HESABI

$$\Sigma x=0 \quad Ax+6-2-3-Bx=0 \quad \underline{Ax-Bx=-1} \quad 1$$

$$\Sigma y=0 \quad Ay-6-4-3+By=0 \quad \underline{Ay+By=13} \quad 2$$

$$\Sigma Ma=0 \quad +(6 \times 3)+(6 \times 1,5)+(4 \times 5)+(3 \times 10)-(2 \times 3)+(3 \times Bx)-(By \times 7)=0$$

$$18+9+20+30-6+3Bx-7By=0 \quad \underline{3Bx-7By=-71} \quad 3$$

$$\Sigma MG_{sağ}=0 \quad +(4 \times 2)+(3 \times 7)+(2 \times 2)+(3 \times 5)+(8 \times Bx)-(4 \times By)=0$$

$$8+21+4+15+8Bx-4By=0 \quad \underline{8Bx-4By=-48} \quad 4$$

Yukarıda elde edilen 4 adet denklemin birbirine benzeşmelerinin taraf tarafa toplamı ile çözüm gerçekleştirilerek bilinmeyenler çözülecektir.

3-4 Denklemleri üzerinden işlem yapılarak;

$$-4/ 3Bx-7By=-71$$

$$7/8Bx-4By=-48$$

$$-12Bx+28By=+284$$

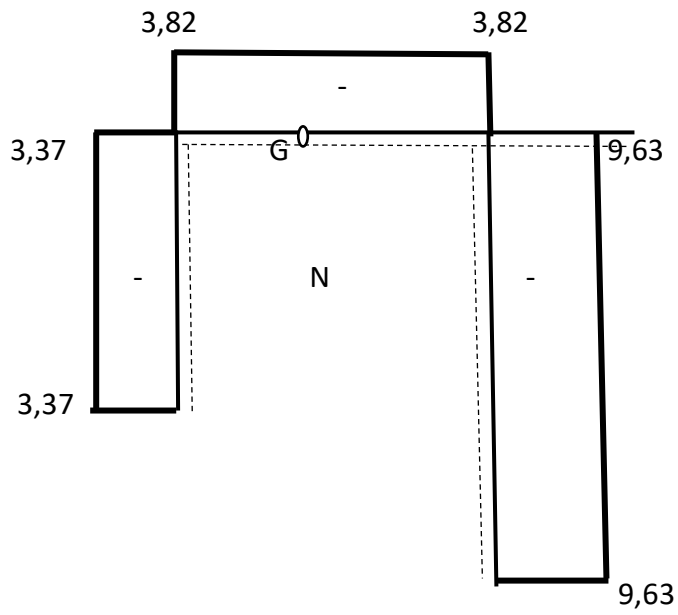
$$56Bx-28By=-336$$

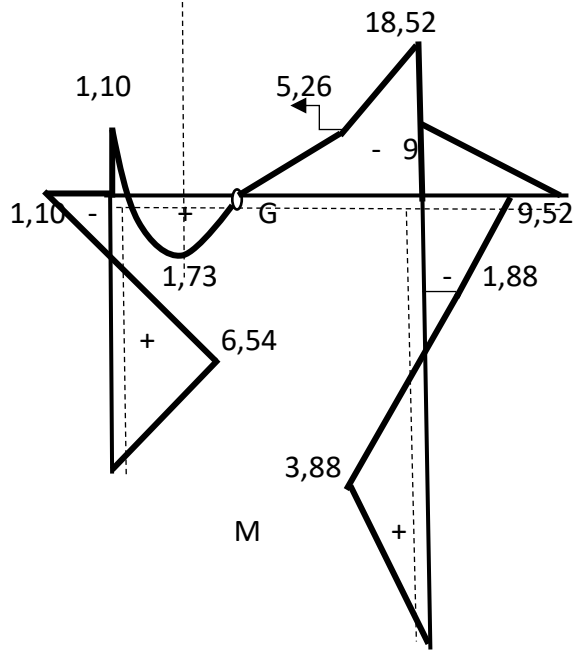
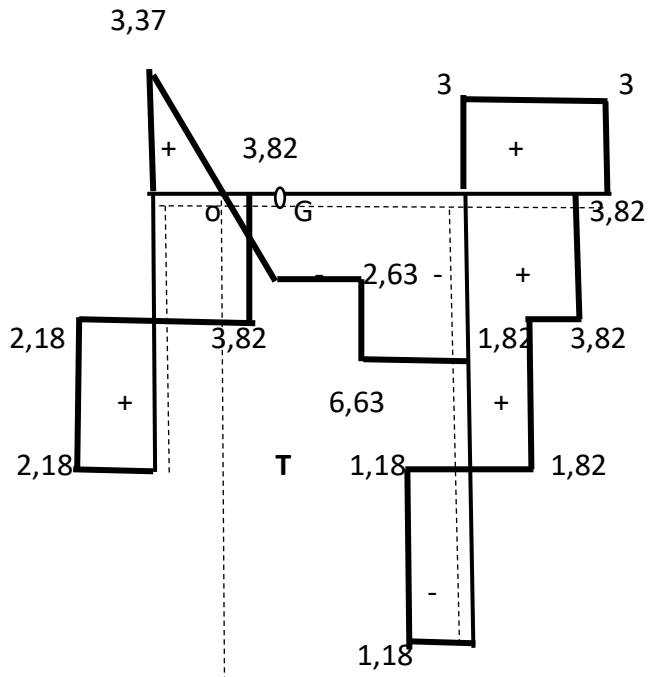
$$+ \text{-----}$$
$$44Bx=-52 \quad \mathbf{Bx=-1,18t}$$

Bx diğer denklemlerde yerine yazılarak çözüm gerçekleştirilir.

$$-(3 \times 1,18) - 7By = -71 \quad \mathbf{By=9,63t} \quad \mathbf{Ay=3,37t} \quad Ax - (-1,18) = -1 \quad \mathbf{Ax=-2,18t}$$

KESİT TESİRİ DİYAGRAMLARI





O NOKTASININ YERİ

$$(3,33/2,63)=((X/(3-X)))$$

X=1,68m

MOMENT HESAPLARI

$$M_a=0$$

$$M_c=0+(2,18 \times 3)=+6,54 \text{ tm}$$

$$M_{\text{dalt}}=+6,54-(3,82 \times 2)=-1,10 \text{ tm}$$

$$M_{\text{üst}}=-1,10 \text{ tm}$$

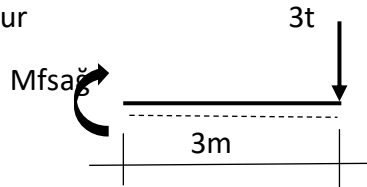
$$M_o=-1,10+((3,37 \times 1,68)/2)=+1,73 \text{ tm}$$

$$M_G=+1,73-((1,32 \times 2,63)/2)=0$$

$$M_e=0-(2,63 \times 2)=-5,26 \text{ tm}$$

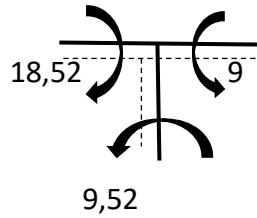
$$M_{\text{sol}}=-5,26-(6,63 \times 2)=-18,52 \text{ tm}$$

$M_{\text{sağ}}$ Kesim yapılarak bulunur



$$M_{\text{sağ}}=-9 \text{ tm}$$

M_{alt} Noktada Moment dengelemesi yapılarak bulunur.



$$M_{\text{alt}}=-9,52 \text{ tm}$$

$$M_l=-9,52+(3,82 \times 2)=-1,88 \text{ tm}$$

$$M_p=-1,88+(1,82 \times 3)=+3,58 \text{ tm}$$

$$M_b=+3,58-(1,18 \times 3)=0$$

